

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ
ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ЛУГАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ЛГПУ»)

Институт физико-математического образования,
информационных и обслуживающих технологий

Кафедра фундаментальной математики

УТВЕРЖДАЮ

Врио директора Института физико-
математического образования,
информационных и обслуживающих
технологий

« 17 »  Е.А. Журавлева
2025 г.

Приложение к рабочей программе учебной дисциплины

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации
обучающихся по дисциплине

Математический анализ

По направлению подготовки 01.03.01 Математика


Профиль подготовки Математические и цифровые технологии в
образовании

Квалификация выпускника бакалавр

Форма обучения очная

Курс 1, 2 курсы

Разработчик
заведующий кафедрой
фундаментальной математики
Темникова С.В.

Заведующий кафедрой
фундаментальной математики
 Темникова С.В.

Протокол
от « 13 » сентября 2025 г., № 7

Луганск, 2025

1. ПАСПОРТ ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

1.1. Область применения

Фонд оценочных средств (ФОС) – неотъемлемая часть рабочей программы дисциплины (модуля) «Математический анализ» и предназначен для контроля и оценки образовательных достижений студентов, освоивших программу дисциплины (модуля).

1.2. Цели и задачи фонда оценочных средств

Цель ФОС – установить соответствие уровня подготовки обучающегося требованиям ФГОС ВО бакалавриат по направлению подготовки 01.03.01 Математика, утвержденным приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 10 января 2018 г. № 8 (с изменениями и дополнениями).

1.3. Перечень компетенций, формируемых в процессе освоения основной образовательной программы

Процесс освоения дисциплины направлен на овладение следующими компетенциями:

Код по ФГОС ВО	Индикатор достижения
Профессиональные	
ОПК-1 – Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности.	ОПК-1.1. Понимает значение накопления фундаментальных знаний в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности.
	ОПК-1.2. Имеет представление об использовании фундаментальных знаний в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности.

1.4. Этапы формирования компетенций и средства оценивания уровня их сформированности

Этапы формирования компетенций	Компетенции	Контрольно-оценочные средства / способ оценивания
Раздел 1. Введение в математический анализ	ОПК-1.	<ul style="list-style-type: none">• контрольная работа;• индивидуальные задания;• теоретический опрос.
Раздел 2. Дифференциальное исчисление функции одной переменной	ОПК-1.	<ul style="list-style-type: none">• контрольная работа;• индивидуальные задания;• теоретический опрос.
Промежуточная аттестация (1 семестр)	ОПК-1.	экзамен (письменный)
Раздел 3. Интегральное исчисление функции одной переменной	ОПК-1.	<ul style="list-style-type: none">• контрольная работа;• индивидуальные задания;• теоретический опрос.
Промежуточная аттестация (2 семестр)	ОПК-1.	экзамен (письменный)

Раздел 4. Ряды	ОПК-1.	<ul style="list-style-type: none"> • контрольная работа; • индивидуальные задания; • теоретический опрос.
Раздел 5. Дифференциальное исчисление функции нескольких переменных	ОПК-1.	<ul style="list-style-type: none"> • контрольная работа; • индивидуальные задания; • теоретический опрос.
Промежуточная аттестация (3 семестр)	ОПК-1.	экзамен (письменный)
Раздел 6. Интегральное исчисление функции нескольких переменных	ОПК-1.	<ul style="list-style-type: none"> • контрольная работа; • индивидуальные задания; • теоретический опрос.
Промежуточная аттестация (4 семестр)	ОПК-1.	экзамен (письменный)
Курсовая работа (3 семестр)	ОПК-1.	защита курсовой работы

1.5. Описание показателей формирования компетенций

Код и наименование компетенции	Показатели достижения компетенций (знать, уметь, владеть)
ОПК-1 – Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности.	<p>знать: основные понятия, определения, леммы, теоремы и методы математического анализа;</p> <p>уметь: использовать методы математического анализа; решать типовые задачи; обращаться к информационным системам (Интернет, математическая литература) для пополнения и уточнения математических знаний;</p> <p>владеть: навыками научно-исследовательского анализа и моделирования, навыками практического использования базовых знаний и методов математического анализа.</p>

1.6. Критерии оценивания компетенций на разных этапах их формирования

Вид учебной работы	Количество баллов
1 семестр	
Теоретический опрос №1	5
Контрольная работа №1	10
Индивидуальные задания	10
Теоретический опрос №2	5
Контрольная работа №2	10
Экзамен (письменный)	60
Итого за 1 семестр:	100
2 семестр	
Контрольная работа №1	15
Теоретический опрос № 1	5
Индивидуальные задания	5

Теоретический опрос № 2	5
Контрольная работа №2	20
Экзамен (письменный)	50
Итого за 2 семестр:	100
3 семестр	
Контрольная работа №1	10
Теоретический опрос №1	5
Индивидуальные задания	10
Контрольная работа №2	10
Теоретический опрос №2	5
Контрольная работа №3	10
Экзамен (письменный)	50
Итого за 3 семестр:	100
4 семестр	
Контрольная работа №1	15
Теоретический опрос №1	5
Контрольная работа №2	15
Теоретический опрос №2	5
Индивидуальные задания	10
Экзамен (письменный)	50
Итого за 4 семестр:	100

Накопительная система оценивания по 100-балльной шкале

Четырехбал- льная система оценивания экзамена	100- балльная шкала	Буквенная шкала, соответствующая 100- балльной шкале	Система оценивания зачета
Отлично	90–100	А – отлично – теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов; необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы; все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к максимальному	Зачтено
Хорошо	83–89	В – очень хорошо – теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов; необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы; все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество выполнения большинства из них оценено числом баллов, близким к максимальному	
Хорошо	75–82	С – хорошо – теоретическое содержание курса освоено полностью; некоторые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы недостаточно; все предусмотренные программой обучения	

		учебные задания выполнены, качество выполнения ни одного из них не оценено минимальным числом баллов, некоторые виды заданий выполнены с ошибками	
Удовлетворительно	63–74	D – удовлетворительно – теоретическое содержание дисциплины освоено частично, но пробелы не носят существенного характера; необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы; большинство предусмотренных программой обучения учебных заданий выполнено, некоторые из выполненных заданий, содержат ошибки	
Удовлетворительно	50–62	E – посредственно – теоретическое содержание курса освоено частично; некоторые практические навыки работы не сформированы, многие предусмотренные программой обучения учебные задания не выполнены либо качество выполнения некоторых из них оценено числом баллов, близким к минимальному	
Неудовлетворительно	21–49	FX – неудовлетворительно – теоретическое содержание курса освоено частично; необходимые практические навыки работы не сформированы; большинство предусмотренных программой обучения учебных заданий не выполнено либо качество их выполнения оценено числом баллов, близким к минимальному; при дополнительной самостоятельной работе над материалом курса возможно повышение качества выполнения учебных заданий	Не зачтено
Неудовлетворительно	0–20	F – неудовлетворительно – теоретическое содержание курса не освоено; необходимые практические навыки работы не сформированы; все выполненные учебные задания содержат грубые ошибки, дополнительная самостоятельная работа над материалом курса не приведет к какому-либо значимому повышению качества выполнения учебных заданий	

1.7. Образец оформления экзаменационного билета

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ
ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ЛУГАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

2024/2025 учебный год

ИНСТИТУТ ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ,
ИНФОРМАЦИОННЫХ И ОБСЛУЖИВАЮЩИХ ТЕХНОЛОГИЙ

КАФЕДРА ФУНДАМЕНТАЛЬНОЙ МАТЕМАТИКИ

экзамен (письменный) по дисциплине «Математический анализ»

Код/названия направлений подготовки **01.03.01 «Математика»**
ОФО

1 семестр

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 0

1. Множество действительных чисел. Модуль действительного числа и его свойства.

Решить неравенство: $|x^2 - 5x - 5| < 9$.

2. Производная суммы, разности, произведения и частного двух функций. Теорема о производной композиции двух функций.

Найти y' , если $y = x^{-5x^4}$.

3. Односторонняя непрерывность функции в точке. Классификация точек разрыва.

Найти точки разрыва функции, определить их род и построить график:

$$f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{4}x^2, & x \leq 2 \\ x, & x > 2 \end{cases}.$$

Утверждено на заседании кафедры фундаментальной математика, протокол
№ __ от _____ 2024 года.

Заведующий кафедрой
фундаментальной математики

_____ Темникова С.В.

Экзаменатор

_____ Темникова С.В.

2. КОНТРОЛЬНО-ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА

2.1. Оценочные средства текущего контроля (типовые)

Семестр 1

Вопросы к теоретическому отчету № 1

1. Множество действительных чисел. Модуль действительного числа и его свойства.
2. Ограниченные и неограниченные множества на числовой прямой. Признак ограниченности множества.
3. Понятие функции и способы ее задания. Действия над функциями.
4. Монотонные функции на числовом промежутке. Четные и нечетные функции. Периодические функции.
5. График функции. Элементарные преобразования графиков.
6. Окрестность точки на числовой прямой. Предельные точки множества. Понятие предела функции в точке и его геометрический смысл.
7. Первый замечательный предел (лемма о вспомогательных неравенствах; теорема о первом замечательном пределе).
8. Теоремы о пределах (теорема о единственности предела; теорема о предельном переходе в неравенствах).
9. Теоремы о пределах (теорема о пределе промежуточной функции; теорема об ограниченности функции, имеющей конечный предел).
10. Пределы суммы, разности, произведения и частного двух функций.
11. Предел функции при аргументе, стремящемся к ∞ . Предел числовой последовательности.
12. Бесконечно малые функции и их свойства. Сравнение бесконечно малых функций.
13. Бесконечно большие функции и бесконечные пределы. Теорема о связи понятия бесконечно большой функции с понятием бесконечно малой функции.
14. Вычисление предела суммы, разности, произведения и частного двух функций в особых случаях.
15. Эквивалентные бесконечно малые функции и вычисление с их помощью пределов.
16. Односторонние пределы функций. Теорема о связи понятий односторонних пределов с понятием обычного предела.
17. Аксиома непрерывности множества действительных чисел. Точные границы числовых множеств. Теоремы о существовании точной верхней и точной нижней границ и их свойствах.
18. Теоремы о пределе монотонной числовой последовательности. Теорема Вейерштрасса.
19. Теорема Кантора. Теорема о неравенстве Бернулли.
20. Число e . Теорема о втором замечательном пределе.
21. Теоремы о третьем, четвертом и пятом замечательных пределах и следствия из них.
22. Понятие непрерывной функции. Непрерывность суммы, разности, произведения и частного двух непрерывных функций.
23. Внесение знака предела под знак непрерывной функции. Теорема о непрерывности композиции функций.
24. Односторонняя непрерывность функции в точке. Классификация точек разрыва.
25. Односторонние пределы монотонных функций.
26. Теорема о промежуточных значениях непрерывной функции.
27. Подпоследовательности. Теорема Больцано-Вейерштрасса.
28. Теоремы Вейерштрасса о непрерывной на отрезке функции.

Вопросы к теоретическому отчету № 2

29. Понятия производной и дифференцируемости функции. Теорема о связи дифференцируемости с непрерывностью функции.
30. Касательная к графику функции. Геометрический смысл дифференцируемости функции.
31. Производная суммы, разности, произведения и частного двух функций. Теорема о производной композиции двух функций.
32. Производные элементарных функций. Теорема о производной обратной функции. Гиперболические функции и их производные.
33. Параметрический путь. Примеры. Теорема о касательной к параметризованному пути.
34. Параметрический способ задания функции. Теорема о производной параметрически заданной функции.
35. Понятие дифференциала функции. Геометрический и механический смысл дифференциала функции.
36. Дифференциал суммы, разности, произведения и частного двух функций. Дифференциал композиции двух функций. Дифференциалы высших порядков.
37. Возрастание и убывание функции в точке.
38. Свойства дифференцируемых функций (теорема Ферма; теорема Ролля).
39. Свойства дифференцируемых функций (теорема Лагранжа; теорема Коши).
40. Признак монотонности функции на промежутке. Точки экстремума. Теорема о необходимом условии существования экстремума функции одной переменной.
41. Теоремы о первом и втором достаточных условиях существования экстремума функции одной переменной.
42. Направление выпуклости графика функции. Точки перегиба графика функции.
43. Невертикальные асимптоты графика функции.
44. Раскрытие неопределенностей типа $\left[\frac{0}{0}\right]$ и $\left[\frac{\infty}{\infty}\right]$ с помощью правил Лопиталя.

Семестр 2

Вопросы к теоретическому отчету № 1

1. Понятие первообразной функции. Теорема о первообразной функции.
2. Понятие неопределенного интеграла. Свойства неопределенного интеграла.
3. Таблица основных интегралов.
4. Теорема об интегрировании по частям.
5. Теорема о замене переменной в неопределенном интеграле.
6. Понятия рациональной функции, простейших рациональных функций. Интегрирование простейших дробей первого и второго типа.
7. Интегрирование простейших дробей третьего типа.
8. Интегрирование простейших дробей четвертого типа.
9. Интегрирование правильной рациональной функции.
10. Интегрирование неправильной рациональной функции.
11. Интегрирование тригонометрических выражений.
12. Интегрирование выражений, содержащих радикалы.
13. Определение равномерной непрерывности функции на промежутке.
14. Теорема Кантора о равномерной непрерывности.

Вопросы к теоретическому отчету № 2

15. Разбиение отрезка. Ранг разбиения. Интегральная сумма. Понятие определенного интеграла.
16. Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла.
17. Необходимое условие интегрируемости функции.
18. Суммы Дарбу и их свойства.
19. Критерий интегрируемости функции. Достаточные условия интегрируемости функции.

20. Свойства определенного интеграла.
21. Теорема о среднем значении.
22. Существование первообразных непрерывной функции (теорема о производной определенного интеграла по верхнему пределу интегрирования; теорема о существовании первообразной).
23. Теорема о формуле Ньютона – Лейбница.
24. Теорема об интегрировании по частям в определенном интеграле.
25. Замена переменной интегрирования и подстановки в определенном интеграле (теоремы 1 и 2).
26. Интегралы четных и нечетных функций по отрезку с серединой в нуле.
27. Квадрируемые фигуры на плоскости и их площади. Признак квадрируемости.
28. Теорема о площади криволинейной трапеции и следствия из нее.
29. Теорема о площади криволинейного сектора.
30. Функции с ограниченным изменением (теоремы 1, 2 и 3).
31. Спрямоугольность и длина плоской кривой. Теорема Жордана.
32. Вычисление длины гладкой кривой (определение гладкой кривой, теорема о длине гладкой кривой).
33. Вычисление длины гладкой кривой, заданной в декартовых координатах, и кривой, заданной в полярных координатах.
34. Несобственные интегралы. Теорема о несобственном интеграле.
35. Понятие остатка несобственного интеграла. Теорема об остатке несобственного интеграла.

Семестр 3

Вопросы к теоретическому отчету № 1

1. Понятие числового ряда. Сходящийся числовой ряд и его сумма. Теорема о геометрическом ряде.
2. Теорема о сложении сходящихся числовых рядов. Теорема об умножении сходящегося числового ряда на число.
3. Определение остатка числового ряда. Теоремы об остатке сходящегося числового ряда.
4. Необходимое условие сходимости числового ряда. Гармонический ряд.
5. Положительные числовые ряды. Критерий сходимости положительных рядов.
6. Сравнение положительных рядов (теорема 1 и предельная теорема).
7. Признаки Коши и Даламбера сходимости положительных рядов.
8. Интегральный признак сходимости положительных рядов и его применение. Теорема об обобщенных гармонических рядах.
9. Знакопередающиеся ряды. Теорема Лейбница о знакопередающихся рядах.
10. Абсолютная и условная сходимость рядов. Положительная и отрицательная части числового ряда.
11. Признаки Даламбера и Коши абсолютной сходимости числового ряда.
12. Перестановка членов числового ряда (теорема 1 о переместительном свойстве положительных рядов; теорема 2 о переместительном свойстве абсолютно сходящихся рядов; теорема 3 о перемножении абсолютно сходящихся рядов).
13. Необходимое и достаточное условие сходимости (критерий Коши) числовой последовательности и числового ряда (теоремы 1 и 2).
14. Функциональная последовательность. Область сходимости и предельная функция.
15. Функциональные ряды. Область сходимости и сумма функционального ряда.
16. Равномерная сходимость функциональной последовательности и функционального ряда. Теорема Вейерштрасса (достаточный признак равномерной сходимости функционального ряда).

17. Необходимое и достаточное условия равномерной сходимости функциональных рядов и функциональных последовательностей. Свойства равномерно сходящихся функциональных рядов.

Вопросы к теоретическому отчету №2

1. Понятие степенного ряда. Теорема об интервале и радиусе сходимости степенного ряда.
2. Теорема о равномерной сходимости степенного ряда.
3. Свойства степенных рядов (непрерывность суммы; почленное интегрирование и дифференцирование степенного ряда).
4. Разложение функции в степенной ряд. Теорема о единственности разложения функции в степенной ряд.
5. Формула Тейлора. Теорема об условии сходимости ряда Тейлора.
6. Теорема о разложении функции $f(x) = e^x$ в степенной ряд.
7. Теорема о разложении функции $f(x) = \sin x$ в степенной ряд.
8. Теорема о разложении функции $f(x) = \cos x$ в степенной ряд.
9. Теорема о разложении функции $f(x) = \ln(1+x)$ в степенной ряд.
10. Теорема о разложении функции $f(x) = \arctg x$ в степенной ряд.
11. Теорема о разложении функции $f(x) = (1+x)^m$ в биномиальный ряд.
12. Понятие степенного ряда в комплексной области. Круг сходимости степенного ряда. Теорема Абеля.
13. Показательная и тригонометрические функции комплексной переменной. Формулы Эйлера.
14. Тригонометрическая система функций и её ортогональность.
15. Понятие тригонометрического ряда. Ряд Фурье.
16. Комплексная форма ряда Фурье.
17. Сходимость ряда Фурье. Теорема Дирихле.
18. Ряды по косинусам и синусам.
19. Функция двух переменных. Область определения и область значения функции двух переменных. Способы задания функции двух переменных. График функции двух переменных. Линии уровня. Функция нескольких переменных.
20. Предел и непрерывность функции двух переменных.
21. Частные производные функции нескольких переменных. Понятие дифференцируемости функции нескольких переменных.
22. Необходимое и достаточное условия дифференцируемости функции нескольких переменных.
23. Производная и дифференциал сложной функции.
24. Неявные функции и их дифференцирование.
25. Касательная плоскость и нормаль к поверхности.
26. Частные производные и дифференциалы высших порядков функции нескольких переменных.
27. Экстремумы функции двух переменных. Теоремы о необходимом и достаточном условиях существования экстремума функции двух переменных.
28. Понятие производной по направлению функции нескольких переменных. Теорема о производной по направлению функции нескольких переменных.
29. Понятие градиента функции нескольких переменных. Свойства градиента. Теорема о направлении и длине градиента.

Семестр 4

Вопросы к теоретическому отчету № 1

1. Квадрируемые фигуры и их площади. Признак квадрируемости фигуры.

2. Понятие интегральной суммы для функции двух переменных.
3. Понятие двойного интеграла.
4. Геометрический смысл двойного интеграла.
5. Необходимое условие существования двойного интеграла.
6. Суммы Дарбу для функции двух переменных. Признак интегрируемости функции двух переменных.
7. Достаточные условия существования двойного интеграла.
4. Свойства двойного интеграла, выражаемые равенствами и следствия из них.
5. Свойства двойного интеграла, выражаемые неравенствами.
6. Понятие повторного интеграла.
7. Вычисление двойного интеграла повторным интегрированием (теоремы 1 и 2).
8. Понятие тройного интеграла. Вычисление тройного интеграла.
9. Теорема о преобразовании двойного интеграла к полярным координатам.
10. Тройной интеграл в сферических и цилиндрических координатах.

Вопросы к теоретическому отчету № 2

1. Применение кратных интегралов к вычислению площадей плоских фигур.
2. Применение кратных интегралов к вычислению объемов тел.
3. Вычисление массы и координат центра тяжести плоской фигуры и тела.
4. Вычисление площади поверхности.
5. Вычисление моментов инерции плоской фигуры и тела.
6. Задачи, приводящие к криволинейным интегралам.
7. Понятие криволинейного интеграла первого рода и его свойства.
8. Понятие криволинейного интеграла второго рода и его свойства.
9. Теорема о существовании криволинейного интеграла и формуле для его вычисления.
10. Вычисление работы переменной силы с помощью криволинейного интеграла.
11. Теорема о формуле Римана-Грина и следствие из нее.
12. Условия независимости криволинейного интеграла второго рода от пути интегрирования.
13. Определение поверхностного интеграла первого рода. Вычисление поверхностных интегралов первого рода.
14. Определение поверхностного интеграла второго рода. Вычисление поверхностных интегралов второго рода.

Задания для проведения контрольных работ и критерии их оценивания:

1 семестр

Контрольная работа 1

Вариант № 0

1. Вычислить предел:

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 5x - 6}{\sqrt{x^4 + x^2 + 1}}; \text{ б) } \lim_{x \rightarrow 8} \frac{x - 8}{\sqrt[3]{x} - 2}; \text{ в) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - \sin 2x}{\sin x + \sin 2x}; \text{ г) } \lim_{x \rightarrow +\infty} x \cdot (\sqrt{x^2 + 1} - x);$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow 1} (2x - 1)^{\frac{2}{1-x}}; \text{ е) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 8x}{\sin x + \sin 5x}.$$

2. Исследовать функцию на непрерывность, найти точки разрыва функции, определить их

род и построить график:
$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{1-x^2}, & x \leq 0, \\ 1, & 0 < x \leq 2, \\ x-2, & x > 2. \end{cases}$$

3. Найти неперпендикулярные асимптоты графика функции $y = \frac{4x^2}{3+x^2}$.

Критерии оценивания

Задание 1 – 6 баллов.

Задание 2 – 2 балла.

Задание 3 – 2 балла.

Максимальная сумма – 10 баллов.

Контрольная работа 2

Вариант № 0

1. Найти производную функции:

а) $y = \ln \arcsin \sqrt{1-x^2}$

б) $y = (2x+3)^{\lg x}$;

2. Найти уравнения касательной и нормали к кривой: $y = x^3 - 3x^2 + 3$ в точке $x_0 = 3$.

3. Точка движется прямолинейно по закону $s = \frac{4}{3}t^3 - t + 5$. Найти скорость и ускорение точки в заданный момент времени $t=2$ с.

4. Найти интервалы монотонности и точки локального экстремума функции:

$$y = \frac{2x^2}{2x-1}.$$

5. Вычислить наименьшее и наибольшее значения функции: $y = \frac{4x-1}{x^2+3}$ на $[0; 4]$.

6. Найти направление выпуклости и точки перегиба графика функции: $y = 3x^2 - x^3$.

Критерии оценивания

Задание 1 – 2 балла.

Задание 2 – 1 балл.

Задание 3 – 1 балл.

Задание 4 – 2 балла.

Задание 5 – 2 балла.

Задание 6 – 2 балла.

Максимальная сумма – 10 баллов.

2 семестр

Контрольная работа 1

Вариант № 0

Вычислить неопределенный интеграл:

1. $\int \frac{\lg(3x-1)dx}{\cos^2(3x-1)};$

2. $\int (x^2 + x + 1) \cdot \ln x dx$;
3. $\int \frac{xdx}{\sqrt{x^2 + 6x + 13}}$;
4. $\int \frac{1 + \sqrt[3]{x-2}}{\sqrt{x-2}} dx$;
5. $\int \frac{dx}{x \cdot \sqrt{x^2 + x + 1}}$;
6. $\int \frac{dx}{\cos x}$;
7. $\int \frac{8 \cdot x^2 dx}{x^4 - 16}$;
8. $\int \sin x \cdot \cos 2x \cdot \cos 3x dx$.

Критерии оценивания

Задание 1 – 1 балл.

Задание 2 – 2 балла.

Задание 3 – 2 балла.

Задание 4 – 2 балла.

Задание 5 – 2 балла.

Задание 6 – 2 балла.

Задание 7 – 2 балла.

Задание 8 – 2 балла.

Максимальная сумма – 15 баллов.

Контрольная работа 2

Вариант № 0

1. Вычислить определенный интеграл:

а). $\int_1^{e^3} \frac{dx}{x\sqrt{1+\ln x}}$ б). $\int_0^{\sqrt{3}} x \arctg x dx$ в). $\int_4^9 \frac{x-1}{\sqrt{x+1}} dx$.

2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = x^2$; $y = -x + 2$.

3. Вычислить длину дуги кривой: $y = \ln(1 - x^2)$ ($-\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{1}{2}$).

4. Вычислить несобственный интеграл: $\int_2^{\infty} \frac{1}{x \ln^2 x} dx$.

Критерии оценивания

Задание 1 – 6 баллов.

Задание 2 – 4 балла.

Задание 3 – 6 баллов.

Задание 4 – 4 балла.

Максимальная сумма – 20 баллов.

3 семестр

Контрольная работа 1

Вариант № 0

Выяснить, сходится ли данный ряд?

1 а) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{\sqrt{n}+1}{n^2+1} \right)^2$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2-1}{n^2+1}$.

Выяснить, сходится ли данный ряд и, если сходится, то как: абсолютно или условно?

2 а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n+\sqrt{n}+1}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot 2^n}{n!}$.

Найти область сходимости функционального ряда.

3 а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n \cdot 3^n}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n^2 \cdot x^2 + 1}{n^2 + 1} \right)^n$.

Доказать, что данный функциональный ряд сходится равномерно на указанном промежутке.

4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^2 \cdot \sin nx}{n^2 + n + x^2}$ на $[-1; 1]$.

Критерии оценивания

Задание 1 – 2 балла.

Задание 2 – 2 балла.

Задание 3 – 4 балла.

Задание 4 – 2 балла.

Максимальная сумма – 10 баллов.

Контрольная работа 2

Вариант № 0

1. Найти сумму степенного ряда, применяя интегрирование, и указать область сходимости: $2 - 8x + 24x^2 - 64x^3 + \dots$.

2. Найти сумму степенного ряда, применяя дифференцирование ряда, указать область сходимости: $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \frac{x^{2n+4}}{5^n \cdot (2n+4)}$.

3. Найти первые пять членов разложения функции $f(x)$ в ряд Тейлора в окрестности точки x_0 : $f(x) = x^{-2} + x^{-3} - 3x^{-10} + 7x^{-14}$, $x_0 = 1$.

4. Вычислить приближенно $\ln 1,02$ с точностью $\delta = 10^{-4}$.

5. Вычислить интеграл $\int_0^{0,1} e^{-4x^2} dx$ с точностью до 0,001.

Критерии оценивания

Задание 1 – 2 балла.

Задание 2 – 2 балла.

Задание 3 – 2 баллов.

Задание 4 – 2 балла.

Задание 5 – 2 балла.

Максимальная сумма – 10 баллов.

Контрольная работа 3

Вариант № 0

1. Найти $\frac{\partial z}{\partial x}$ и $\frac{\partial z}{\partial y}$, если $z = u^2 \cdot \ln v$, $u = \frac{x}{y}$, $v = 3x - 2y$.
2. Найти $\frac{\partial^3 z}{\partial x \partial y^2}$, если $z = \sin xy$.
3. Дана функция $z = \arctg(x^2 \cdot y^2)$. Найти: 1). $\text{grad } z$ в точке $A(1; -1)$;
2). производную функции z в точке A в направлении вектора $l = 5i - 12j$.
4. Составить уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности $z = 2x^2 - xy + y^2$ в точке $C(1; 2; 4)$.
5. Найти экстремумы функции $z = x^2 + y^2 - 2x - 4 \cdot \sqrt{xy} - 2y + 8$.
6. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z = x^2 + 2xy - 4x + 8y$ в прямоугольнике, ограниченном прямыми: $x=0$; $y=0$; $x=1$; $y=2$.

Критерии оценивания

Задание 1 – 1 балл.

Задание 2 – 2 балл.

Задание 3 – 2 балла.

Задание 4 – 1 балл.

Задание 5 – 2 балла.

Задание 6 – 2 балла.

Максимальная сумма – 10 баллов.

4 семестр

Контрольная работа 1

Вариант № 0

1. Вычислить двойной интеграл по области D :

$$\iint_D \frac{xdxdy}{(x^2 + y^2 + 2)^{\frac{3}{2}}}; \quad D: 0 \leq x \leq 1, \quad 0 \leq y \leq 1$$

2. Вычислить двойной интеграл по области D :

$$\iint_D y \ln x dx dy; \quad D: xy = 1, \quad x = 2, \quad y = \sqrt{x}.$$

3. Вычислить тройной интеграл по области G :

$$\iiint_G x^2 z \sin(xyz) dx dy dz; \quad G = \{(x, y, z): x = 2, x = 0, y = \pi, y = 0, z = 0, z = 1\}.$$

Критерии оценивания

Задание 1 – 3 балла.

Задание 2 – 6 балла.

Задание 3 – 6 балла.

Максимальная сумма – 15 баллов.

Контрольная работа 2

Вариант № 0

1. Найти площадь той части плоскости $6x + 3y + 2z = 12$, которая заключена в первом октанте.
2. Найти центр тяжести однородной плоской фигуры, ограниченной половиной эллипса $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, опирающейся на большую ось.

3. Определить момент инерции относительно оси ОУ площади треугольника с вершинами $A(1;1)$, $B(1;3)$, $C(4;5)$.

Критерии оценивания

Задание 1 – 5 баллов.

Задание 2 – 5 баллов.

Задание 3 – 5 баллов.

Максимальная сумма – 15 баллов.

Индивидуальные задания:

1 семестр

Задание 1

Вычислить пределы функций:

Таблица 1.

№ пп	а)	б)	в)	г)	д)
1	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 2x - 1}{x^3 + 4}$	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 12x + 20}$	$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + x - 12}{\sqrt{x-2} - \sqrt{4-x}}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 8x}{3x^2}$	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+4}{x+8} \right)^{-3x}$
2	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x+1)^2}{x^2 + 1}$	$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{5}}{x - 5}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x}{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 7x - \sin 3x}{x \sin x}$	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-2}{x+1} \right)^{2x-3}$
3	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{10 + x\sqrt{x}}$	$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 5x + 10}{x^2 - 25}$	$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{2x+1} - \sqrt{x+6}}{2x^2 - 7x - 15}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 2x - \sin 2x}{x^2}$	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x}{2x-3} \right)^{3x}$
4	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 5x + 1}{3x + 7}$	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 2x}{x^2 - 4x + 4}$	$\lim_{x \rightarrow 7} \frac{\sqrt{x-3} - 2}{\sqrt{x+2} - 3}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 3x - \sin 3x}{2x^2}$	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x-4}{2x} \right)^{-3x}$
5	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 1}{5x^2 + 2x}$	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{2x^2 - x - 1}$	$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{5+x} - 2}{\sqrt{8-x} - 3}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 2x - \cos 4x}{3x^2}$	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x-4}{3x+2} \right)^{2x}$
6	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{100x}{x^2 - 1}$	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x^3 - x^2 + x - 1}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2 + 2} - \sqrt{2}}{\sqrt{x^2 + 1} - 1}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\operatorname{tg} x} - \frac{1}{\sin x} \right)$	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-1}{x+4} \right)^{3x+2}$
7	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - x + 1}{x^3 - 8x + 5}$	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - \sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1}$	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 3x + 2}{\sqrt{5-x} - \sqrt{x+1}}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 5x}{\sin 3x}$	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+3}{x} \right)^{-5x+1}$

8	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 4x + 5}{x^3 + 2}$	$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{2x^2 - 11x + 5}{3x^2 - 14x - 5}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2 + 4} - 2}{\sqrt{x^2 + 16} - 4}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos^2 x - \cos^2 2x}{x^2}$	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2 - 3x}{5 - 3x} \right)^x$
9	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2 - 12x + 6}{3x^2 - 2x}$	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - x^2}{1 - \sqrt{x}}$	$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{\sqrt{x + 10} - \sqrt{4 - x}}{2x^2 - x - 21}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - \cos 5x}{2x^2}$	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x}{1 + 2x} \right)^{-4x}$
10	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{12x^3 - 6x^2 + 12}{x^3 + 4x}$	$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 6x + 9}{x^2 - 9}$	$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{4x - 3} - 3}{x^2 - 9}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x - \sin x}{\arcsin x}$	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x + 5}{x} \right)^{3x + 4}$
11	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{16x^3 + 7x^2 + 5x}{12x^3 + 4x}$	$\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{1}{x - 2} - \frac{4}{x^2 - 4} \right)$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x}{\sqrt{5 - x} - \sqrt{5 + x}}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 5x}{x^2 - x}$	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1 - x}{2 - x} \right)^{3x}$
12	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^5 + 4x^4 + 2}{6x^5 + 12x^4 - 2}$	$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + 4x^2 + 4x}{x^2 - x - 6}$	$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{5x + 1} - 4}{x^2 + 2x - 15}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 4x - \cos^3 4x}{3x^2}$	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x - 7}{x + 1} \right)^{4x - 2}$
13	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{12x^2 - 1}{6x^2 - 6x}$	$\lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{4x}{x^2 - 9} - \frac{2}{x - 3} \right)$	$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{2x + 1} - 3}{\sqrt{x - 2} - \sqrt{2}}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 5x}{2x^2}$	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x}{x - 3} \right)^{x - 5}$
14	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 5x}{x^3 + 4x + 4}$	$\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1 + x^2}{x - x^2} - \frac{2}{1 - x} \right)$	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3 + 2x} - \sqrt{x + 4}}{3x^2 - 4x + 1}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - \sin x}{3x^2}$	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x + 5}{2x + 1} \right)^{5x}$
15	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4 - 5x^2 + 3x^5}{x^5 + 6x + 8}$	$\lim_{y \rightarrow 2} \left(\frac{4 + y^2}{2y - y^2} - \frac{4}{2 - y} \right)$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 - \sqrt{x^2 + 4}}{2x^2}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\sin 2x} - \frac{1}{\operatorname{tg} 2x} \right)$	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x + 2}{x} \right)^{3 - 2x}$

Задание 2

Вычислить производные функций, заданных явно:

Таблица 2

№ пп	а)	б)	в)	г)	д)
1	$y = \frac{1}{\sqrt{x}\sqrt{x+2}}$	$y = e^{x^2-4x}$	$y = \lg^3(x+5)^2$	$y = \cos^2(2x^2+1)$	$y = \arcsin^2 \frac{x^2}{2x}$
2	$y = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x(x+2)}}$	$y = 5^{x+\frac{1}{x^2}}$	$y = \ln^2(x^2+4)$	$y = \operatorname{tg}^2(2x+4)$	$y = \operatorname{arctg}^2 \frac{x}{3}$
3	$y = \left(\frac{1}{\sqrt{x(1+x)}} \right)^{-3}$	$y = 2^{x+\cos^2 x}$	$y = \log_3^3(x^2+x)$	$y = \operatorname{ctg}^3(2x^2+7)$	$y = \operatorname{arcctg}^2 \frac{2x}{x+4}$
4	$y = \sqrt[3]{x^2 \cdot (1+x)}$	$y = e^{x^2+\sin x}$	$y = \ln^3\left(\frac{x}{2x-1}\right)$	$y = \sin^2(2x^2+1)$	$y = \arccos \frac{x^2-3}{x+2}$
5	$y = \sqrt[4]{\frac{x}{2x^2+2}}$	$y = 7^{x^2-2\ln x}$	$y = \ln^3 \frac{2x}{\sin x}$	$y = \cos^3(3x^2-4)$	$y = \operatorname{arctg}^2 \frac{x+2}{2\sqrt{x}}$
6	$y = 2x \cdot \sqrt[3]{x^2+4x}$	$y = e^{x^2-\cos 2x}$	$y = \log_7^2(x^2+16x)$	$y = \operatorname{tg}^2 \frac{x+1}{2\sqrt{x}}$	$y = \arcsin^2 \frac{x^3}{4}$
7	$y = \frac{x}{\sqrt[3]{x+7x^2}}$	$y = e^{x^2+\frac{1}{x}}$	$y = \lg^3\left(\frac{x}{3x^2+2}\right)$	$y = \operatorname{ctg}^3 \frac{x}{x+1}$	$y = \arccos \frac{x^2}{x-1}$
8	$y = \frac{x}{\sqrt{x^2+2x}}$	$y = 3^{x^2+\frac{1}{x^2}}$	$y = \log_5^2(x^2+\sqrt{x})$	$y = \sin^3 \frac{2x}{\sqrt{x}+5}$	$y = \operatorname{arctg} \frac{x^2-4}{x+1}$

9	$y = \frac{3x}{\sqrt{x^2 + 3\sqrt{x}}}$	$y = e^{x^2 + \frac{1}{x\sqrt{x}}}$	$y = \lg^3 \left(\frac{x}{\sqrt{x} + 2} \right)$	$y = \cos^2 \frac{x}{2x^2 + 4}$	$y = \operatorname{arccctg}^2 \frac{2x}{x + 2}$
10	$y = \sqrt[3]{x + 2\sqrt{x}}$	$y = 8^{x + \sqrt{x^3}}$	$y = \log_2^3 \frac{x}{\sqrt{x} + 2x}$	$y = \operatorname{tg}^3 \frac{x}{x^2 + 4\sqrt{x}}$	$y = \arcsin^3 \sqrt{x + 2}$
11	$y = \frac{1}{\sqrt[3]{2x + x^2 + 3}}$	$y = e^{\frac{x}{\sqrt{x} + 4}}$	$y = \lg^3 (x^2 + 2x)$	$y = \operatorname{ctg}^2 \frac{1}{x^2 + 4}$	$y = \arccos^2 \frac{x}{2 + \sqrt{x}}$
12	$y = \frac{1}{\sqrt[5]{2x^2 + 4x}}$	$y = 3^{x^2 - 7\sqrt{x}}$	$y = \log_2^2 (\sqrt{x} + 4x)$	$y = \sin^3 (2x + 4)$	$y = \operatorname{arctg}^2 \frac{\sqrt{x}}{x + 4x^2}$
13	$y = \sqrt[3]{x + \sqrt{x} + 2}$	$y = 2^{x^2 - \frac{4}{x}}$	$y = \ln^3 \frac{x}{x^2 + 3\sqrt{x}}$	$y = \cos^2 (2x^2 + 4)$	$y = \operatorname{arctg}^3 \frac{x}{4 + x}$
14	$y = \frac{1}{\sqrt[3]{x + 2\sqrt{x} + 4}}$	$y = 2^{x^2 - 4\ln x}$	$y = \log_3^2 \left(x + \frac{1}{x} \right)$	$y = \operatorname{tg}^3 \frac{x}{x^2 + 2\sqrt{x}}$	$y = \arcsin^2 \frac{x}{x^2 + 4}$
15	$y = \frac{1}{\sqrt{x + \frac{1}{x} + 2}}$	$y = e^{x^4 - 2x^3}$	$y = \lg^3 (2x + \sqrt{x})$	$y = \operatorname{ctg}^2 \frac{x + 4}{2\sqrt{x} - 7}$	$y = \arccos^3 \frac{2x}{\sqrt{x} + 1}$

Задание 3

Вычислить производные функций:

Таблица 3

№ пп	а)	б)	в)
1	$y = (\ln x)^x$	$\cos(x \cdot y) + x - y = 0$	$\begin{cases} x = \sin^2 t + t \\ y = \cos t + 2 \end{cases}$
2	$y = (x^2 + 7)^{\sin x}$	$e^{x-y} - \frac{x}{y} = 0$	$\begin{cases} x = \sqrt{1-t^2} \\ y = \operatorname{tg} \sqrt{1+t} \end{cases}$
3	$y = (\sin 2x)^{\cos \frac{x}{2}}$	$e^{x+2y} - x \cdot y = 0$	$\begin{cases} x = \arcsin(\sin t) \\ y = \operatorname{tg} \sqrt{1+t} \end{cases}$
4	$y = x^{2^x} \cdot 2^x$	$\cos(x - y) + x \cdot y = 0$	$\begin{cases} x = \ln(t + \sqrt{t^2 + 1}) \\ y = t\sqrt{t^2 + 1} \end{cases}$
5	$y = (\cos \sqrt{x})^{\operatorname{tg} x}$	$\ln(2x + y) + x \cdot y = 0$	$\begin{cases} x = \sqrt{2t - t^2} \\ y = \arcsin(t - 1) \end{cases}$
6	$y = (\sqrt{x+1})^{2\sin^2 x}$	$\ln(2x - y) + \frac{x}{y} = 0$	$\begin{cases} x = \ln \operatorname{ctg} t \\ y = \frac{1}{\cos^2 t} \end{cases}$
7	$y = \left(\ln \frac{x}{2}\right)^{2e^x}$	$\cos(x + y) + \frac{x}{y} = 0$	$\begin{cases} x = \operatorname{arctg} e^{t/2} \\ y = e^t + 1 \end{cases}$
8	$y = (\sin x)^{\ln \operatorname{tg} x}$	$\arcsin(x^2 - y) - \sqrt{y} = 0$	$\begin{cases} x = \ln \sqrt{\frac{1-t}{1+t}} \\ y = \sqrt{1-t^2} \end{cases}$
9	$y = (\operatorname{ctg} 3x)^{3^x}$	$\arccos(x^2 + y) + \sqrt{xy} = 0$	$\begin{cases} x = \sqrt{1-t^2} \\ y = \frac{t}{\sqrt{1-t^2}} \end{cases}$

10	$y = (x^3 + 1)^{\sin x}$	$\cos^2(x + y) + x \cdot y = 0$	$\begin{cases} x = \arcsin \sqrt{1 - t^2} \\ y = (\arccos t)^2 \end{cases}$
11	$y = (2x)^{\cos x^2}$	$\cos^2(x - y) - \frac{x}{y} = 0$	$\begin{cases} x = \ln \frac{1 - t}{1 + t} \\ y = \sqrt{1 - t^2} \end{cases}$
12	$y = (\operatorname{tg} x)^x$	$e^{x+y} - \frac{y}{x^2} = 0$	$\begin{cases} x = \arccos \frac{1}{t} \\ y = \sqrt{t^2 - 1} - \arcsin \frac{1}{t} \end{cases}$
13	$y = x^{5x} \cdot 5^x$	$e^{x-y} + \frac{x^2}{y} = 0$	$\begin{cases} x = \arcsin \sqrt{t} \\ y = \sqrt{1 + \sqrt{t}} \end{cases}$
14	$y = (\ln x)^{\cos x^2}$	$2^{x-y} + \operatorname{tg} y = 0$	$\begin{cases} x = \ln(1 - t^2) \\ y = \arcsin \sqrt{1 - t^2} \end{cases}$
15	$y = (\sin x^3)^{x^2}$	$\operatorname{ctg}(y - x) - x \cdot y = 0$	$\begin{cases} x = (\arcsin t)^2 \\ y = \frac{t}{\sqrt{1 - t^2}} \end{cases}$

Задание 4

Составить уравнения касательной и нормали в точке $X_0 = m$ к параболе:

$y = nx^2 + (n - 1)x + m$, где m – число гласных букв в фамилии, n – число согласных букв в фамилии.

Задание 5

Исследовать функцию методом дифференциального исчисления и построить график:

Таблица 4

№№	$f(x)$	№№	$f(x)$
1	$y = \frac{x^3}{x - 1}$	2	$y = \frac{x^3}{x^4 - 1}$
3	$y = \frac{x^2 - 2}{x^2 + 2}$	4	$y = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$

5	$y = \frac{x^2}{x^3 + 1}$	6	$y = \sin x + \cos x$
7	$y = e^{2x-x^2}$	8	$y = \frac{x^3 + 4}{x^3}$
9	$y = \frac{4-x^3}{x^2}$	10	$y = \frac{(x-1)^2}{x^2}$
11	$y = x^3 \cdot e^{-x}$	12	$y = (x-2) \cdot e^{3-x}$
13	$y = \left(1 + \frac{1}{x}\right)^2$	14	$y = (3-x) \cdot e^{x-2}$
15	$y = \frac{1}{x^4 - 1}$	16	$y = \frac{e^x}{x}$

2 семестр

Индивидуальное задание №1

Варианты индивидуальных работ

№ п/п	Номера задач									
1	1.1	2.1	3.1	3.11	4.1	4.11	5.1	5.11	6.1	6.11
2	1.2	2.2	3.2	3.12	4.2	4.12	5.2	5.12	6.2	6.12
3	1.3	2.3	3.3	3.13	4.3	4.13	5.3	5.13	6.3	6.13
4	1.4	2.4	3.4	3.14	4.4	4.14	5.4	5.14	6.4	6.14
5	1.5	2.5	3.5	3.15	4.5	4.15	5.5	5.15	6.5	6.15
6	1.6	2.6	3.6	3.16	4.6	4.16	5.6	5.16	6.6	6.16
7	1.7	2.7	3.7	3.17	4.7	4.17	5.7	5.17	6.7	6.17
8	1.8	2.8	3.8	3.18	4.8	4.18	5.8	5.18	6.8	6.18
9	1.9	2.9	3.9	3.19	4.9	4.19	5.9	5.19	6.9	6.19
10	1.10	2.10	3.10	3.20	4.10	4.20	5.10	5.20	6.10	6.20
11	1.1	2.2	3.3	3.14	4.5	4.16	5.7	5.18	6.9	6.20
12	1.2	2.3	3.4	3.15	4.6	4.17	5.8	5.19	6.10	6.11
13	1.3	2.4	3.5	3.16	4.7	4.18	5.9	5.20	6.1	6.12
14	1.4	2.5	3.6	3.17	4.8	4.19	5.10	5.11	6.2	6.13
15	1.5	2.6	3.7	3.18	4.9	4.20	5.1	5.12	6.3	6.14
16	1.6	2.7	3.8	3.19	4.10	4.11	5.2	5.13	6.4	6.15
17	1.7	2.8	3.9	3.20	4.1	4.12	5.3	5.14	6.5	6.16
18	1.8	2.9	3.10	3.11	4.2	4.13	5.4	5.15	6.6	6.17
19	1.9	2.10	3.1	3.12	4.3	4.14	5.5	5.16	6.7	6.18
20	1.10	2.1	3.2	3.13	4.4	4.15	5.6	5.17	6.8	6.19

1. Простейшие приёмы интегрирования

1.1. $\int \frac{1 + \cos^2 x}{1 + \cos 2x} dx$

1.2. $\int \frac{1 + 2x^2}{x^2(1 + x^2)} dx$

$$1.3. \quad \int \frac{(1-x)^2}{x\sqrt{x}} dx$$

$$1.4. \quad \int x^2 \sqrt[5]{x^3 + 2} dx$$

$$1.5. \quad \int \cos^3 x \sin 2x dx$$

$$1.6. \quad \int \frac{x+2}{2x-1} dx$$

$$1.7. \quad \int \frac{(1+x)^2}{x^2+1} dx$$

$$1.8. \quad \int \cos x \cos 2x \cos 3x dx$$

$$1.9. \quad \int (tg^2 x + tg^4 x) dx$$

$$1.10. \quad \int \sin^4 x dx$$

2. Замена переменной

$$2.1. \quad \int \frac{\sqrt{x}}{x(x+1)} dx$$

$$2.2. \quad \int \frac{\sqrt{1+\ln x}}{x \ln x} dx$$

$$2.3. \quad \int \frac{dx}{x^2 \sqrt{x^2 + a^2}}$$

$$2.4. \quad \int \frac{dx}{\sqrt{(a^2 + x^2)^3}}$$

$$2.5. \quad \int \frac{\sqrt{1-x^2}}{x^2} dx$$

$$2.6. \quad \int \frac{4x+3}{(x-2)^3} dx$$

$$2.7. \quad \int x^2 \sqrt{4-x^2} dx$$

$$2.8. \quad \int \frac{\sqrt{(9-x^2)^3}}{x^6} dx$$

$$2.9. \quad \int \frac{e^{2x} dx}{\sqrt[4]{e^x + 1}}$$

$$2.10. \quad \int \frac{x^5}{(x^2-4)^2} dx$$

3. Интегрирование по частям

$$3.1. \quad \int \arccos x dx$$

$$3.2. \quad \int \arctg \sqrt{x} dx$$

$$3.3. \quad \int \frac{\arcsin x}{\sqrt{x+1}} dx$$

$$3.4. \quad \int \frac{\arcsin \sqrt{x}}{\sqrt{1-x}} dx$$

$$3.5. \quad \int \frac{\lg x}{x^3} dx$$

$$3.6. \quad \int \ln(x^2+1) dx$$

$$3.7. \quad \int \frac{x^3}{\sqrt{1+x^2}} dx$$

$$3.8. \quad \int x^3 \sin x dx$$

$$3.9. \quad \int (\arctg x)^2 x dx$$

$$3.10. \quad \int x^2 \ln(1+x) dx$$

$$3.11. \quad \int \frac{\ln^2 x}{\sqrt{x^5}} dx$$

$$3.12. \quad \int \frac{x^2}{(1+x^2)^2} dx$$

$$3.13. \quad \int \ln^2 x dx$$

$$3.14. \int x^3 e^x dx$$

$$3.15. \int x^2 \cos^2 x dx$$

$$3.16. \int (\arcsin x)^2 dx$$

$$3.17. \int e^x \sin x dx$$

$$3.18. \int \sin \ln x dx$$

$$3.19. \int \cos \ln x dx$$

$$3.20. \int x^2 e^x \sin x dx$$

4. Интегрирование рациональных функций

$$4.1. \int \frac{x}{2x^2 - 3x - 2} dx$$

$$4.2. \int \frac{dx}{6x^3 + 7x^2 - 3x}$$

$$4.3. \int \frac{x^5 + x^4 - 8}{x^3 - 4x} dx$$

$$4.4. \int \frac{x^3 - 1}{4x^3 - x} dx$$

$$4.5. \int \frac{(2x^2 - 5)dx}{x^4 - 5x^2 + 6}$$

$$4.6. \int \frac{xdx}{x^4 - 3x^2 + 2}$$

$$4.7. \int \frac{x^3 + 1}{x^3 - x^2} dx$$

$$4.8. \int \frac{dx}{x^4 - x^2}$$

$$4.9. \int \frac{x^5 dx}{(x-1)^2 (x^2-1)}$$

$$4.10. \int \frac{3x^2 + 1}{(x^2 - 1)^3} dx$$

$$4.11. \int \frac{dx}{1 + x^3}$$

$$4.12. \int \frac{xdx}{x^3 - 1}$$

$$4.13. \int \frac{x^4 + 1}{x^3 - x^2 + x - 1} dx$$

$$4.14. \int \frac{x^2 dx}{1 - x^4}$$

$$4.15. \int \frac{dx}{(x+1)^2 (x^2+1)}$$

$$4.16. \int \frac{(x^3 - 6)dx}{x^4 + 6x + 8}$$

$$4.17. \int \frac{(x^4 + 1)}{x^3 - x^2 + x - 1} dx$$

$$4.18. \int \frac{(x+1)^4}{(x^2 + 2x + 2)^3} dx$$

$$4.19. \int \frac{dx}{(x^2 + 9)^3}$$

$$4.20. \int \frac{dx}{(1 + x^2)^4}$$

5. Интегрирование тригонометрических функций

$$5.1. \int \frac{\sin^3 x}{\cos^4 x} dx$$

$$5.2. \int \frac{\sin^4 x}{\cos^2 x} dx$$

$$5.3. \int \frac{dx}{\cos x \sin^3 x}$$

$$5.4. \int \frac{dx}{\cos^4 x \sin^4 x}$$

$$5.5. \quad \int \frac{\sin x}{(1 - \cos x)^2} dx$$

$$5.6. \quad \int \frac{\cos x}{(1 - \cos x)^2} dx$$

$$5.7. \quad \int \cos^6 x dx$$

$$5.8. \quad \int \operatorname{tg}^5 x dx$$

$$5.9. \quad \int \frac{dx}{(\sin x + \cos x)^2}$$

$$5.10. \quad \int \frac{\cos^2 x dx}{\cos 3x \sin x}$$

$$5.11. \quad \int \frac{dx}{\operatorname{tg} x \cos 2x}$$

$$5.12. \quad \int \frac{dx}{5 + 4 \sin x}$$

$$5.13. \quad \int \frac{dx}{5 - 4 \sin x + 3 \cos x}$$

$$5.14. \quad \int \frac{dx}{\sin^2 x + \operatorname{tg}^2 x}$$

$$5.15. \quad \int \sqrt{1 + \sin x} dx$$

$$5.16. \quad \int \frac{dx}{1 - \sin^4 x}$$

$$5.17. \quad \int \frac{\cos x dx}{\sin^3 x - \cos^3 x}$$

$$5.18. \quad \int \frac{dx}{\sqrt{1 - \sin^4 x}}$$

$$5.19. \quad \int \frac{\sqrt{\sin^3 2x}}{\sin^5 x} dx$$

$$5.20. \quad \int \sqrt{\operatorname{tg} x} dx$$

6. Интегрирование иррациональных функций

$$6.1. \quad \int \sqrt{\frac{1-x}{1+x}} \frac{dx}{x}$$

$$6.2. \quad \int \sqrt{\frac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}} dx$$

$$6.3. \quad \int \frac{x^2 + \sqrt{1+x}}{\sqrt{1-x}} dx$$

$$6.4. \quad \int \sqrt[3]{\frac{1-x}{1+x}} \frac{dx}{x}$$

$$6.5. \quad \int \frac{dx}{x^3 \sqrt{x^2 + 1}}$$

$$6.6. \quad \int \frac{dx}{\sqrt[3]{x^3 + 1}}$$

$$6.7. \quad \int \frac{dx}{\sqrt[4]{x^4 + 1}}$$

$$6.8. \quad \int \frac{\sqrt{1-x^4} dx}{x^5}$$

$$6.9. \quad \int \frac{\sqrt[3]{1+x^3} dx}{x^2}$$

$$6.10. \quad \int \sqrt[3]{x(1-x^2)} dx$$

$$6.11. \quad \int \frac{dx}{x \sqrt{x^2 + 4x - 4}}$$

$$6.12. \quad \int \frac{dx}{x \sqrt{2 + x - x^2}}$$

$$6.13. \quad \int \frac{dx}{(x-1) \sqrt{1+x+x^2}}$$

$$6.14. \quad \int \frac{dx}{(2x-3) \sqrt{4x-x^2}}$$

$$6.15. \quad \int \sqrt{3x^2 - 3x + 1} dx$$

$$6.16. \quad \int \sqrt{1-4x-x^2} \, dx$$

$$6.17. \quad \int \frac{dx}{1+\sqrt{x^2+2x+2}}$$

$$6.18. \quad \int \frac{x^2 dx}{\sqrt{1-2x-x^2}}$$

$$6.19. \quad \int \frac{(3x^2-5)dx}{\sqrt{3-2x-x^2}}$$

$$6.20. \quad \int \frac{x^4 dx}{\sqrt{x^2+4x+5}}$$

Индивидуальное задание №2

Варианты индивидуальных работ

№ п/п						
1	1.1	1.11	2.1	2.11	2.21	3.1
2	1.2	1.12	2.2	2.12	2.22	3.2
3	1.3	1.13	2.3	2.13	2.23	3.3
4	1.4	1.14	2.4	2.14	2.24	3.4
5	1.5	1.15	2.5	2.15	2.25	3.5
6	1.6	1.16	2.6	2.16	2.26	3.6
7	1.7	1.17	2.7	2.17	2.27	3.7
8	1.8	1.18	2.8	2.18	2.28	3.8
9	1.9	1.19	2.9	2.19	2.29	3.9
10	1.10	1.20	2.10	2.20	2.30	3.10
11	1.1	1.12	2.3	2.14	2.25	3.6
12	1.2	1.13	2.4	2.15	2.26	3.7
13	1.3	1.14	2.5	2.16	2.27	3.8
14	1.4	1.15	2.6	2.17	2.28	3.9
15	1.5	1.16	2.7	2.18	2.29	3.10
16	1.6	1.17	2.8	2.19	2.30	3.1
17	1.7	1.18	2.9	2.20	2.21	3.2
18	1.8	1.19	2.10	2.11	2.22	3.3
19	1.9	1.20	2.1	2.12	2.23	3.4
20	1.10	1.11	2.2	2.13	2.24	3.5

1. Вычисление определенных интегралов

1.1. $\int_0^1 \frac{x dx}{(x^2 + 1)^2}$

1.2. $\int_2^{-13} \frac{dx}{\sqrt[5]{(3-x)^4}}$

1.3. $\int_1^e \frac{1 + \lg x}{x} dx$

1.4. $\int_1^{e^3} \frac{dx}{x \sqrt{1 + \ln x}}$

1.5. $\int_0^1 \frac{dx}{x^2 + 4x + 5}$

1.6. $\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{dx}{1 + \cos x}$

1.7. $\int_0^1 \frac{\sqrt{e^x} dx}{\sqrt{e^x + e^{-x}}}$

1.8. $\int_0^1 \frac{x dx}{1 + \sqrt{x}}$

1.9. $\int_0^1 \frac{x^2 dx}{(1 + x^2)^3}$

1.10. $\int_1^2 \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{x} dx$

1.11. $\int_0^1 \sqrt{(1 - x^2)^3} dx$

1.12. $\int_0^{-\ln 2} \sqrt{1 - e^{2x}} dx$

1.13. $\int_0^a \frac{dx}{x + \sqrt{a^2 - x^2}}$

1.14. $\int_0^3 \frac{dx}{\sqrt{(3 + x^2)^5}}$

$$1.15. \int_{\sqrt{2}/2}^1 \frac{\sqrt{1-x^2}}{x^6} dx$$

$$1.16. \int_0^{\pi} x^3 \sin x dx$$

$$1.17. \int_0^a \sqrt{a^2 - x^2} dx$$

$$1.18. \int_1^e \ln^3 x dx$$

$$1.19. \int_1^2 x \log_2 x dx$$

$$1.20. \int_0^{\pi/2} e^{2x} \cos x dx$$

2. Вычисление площадей фигур

- 2.1. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y^2 = 2x + 1$ и $x - y - 1 = 0$.
- 2.2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y^2 = x^2$ и $y = \sqrt{x}$.
- 2.3. Окружность $x^2 + y^2 = 8$ разделена параболой $y = x^2 / 2$ на две части. Найти площади обеих частей.
- 2.4. Найти площади фигур, на которые парабола $y^2 = 6x$ делит окружность $x^2 + y^2 = 16$.
- 2.5. Окружность $x^2 + y^2 = a^2$ разбивается гиперболой $x^2 - 2y^2 = a^2 / 4$ на три части. Определить площади этих частей.
- 2.6. Вычислить площади криволинейных фигур, образованных пересечением эллипса $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ и гиперболы $\frac{x^2}{2} - y^2 = 1$.
- 2.7. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линией $(y - x - 2)^2 = 9x$ и осями координат.
- 2.8. Найти площадь петли линии $y^2 = x(x - 1)^2$.
- 2.9. Найти площадь фигуры, ограниченной замкнутой линией $y^2 = (1 - x^2)^3$.
- 2.10. Найти площадь фигуры, ограниченной замкнутой линией $y^2 = x^2 - x^4$.
- 2.11. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = e^x$, $y = e^{-x}$ и прямой $x = 1$.
- 2.12. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = \ln x$, $y = \ln^2 x$.
- 2.13. Вычислить площадь одного из криволинейных треугольников, ограниченных осью абсцисс и линиями $y = \sin x$, $y = \cos x$.
- 2.14. Вычислить площадь одного из криволинейных треугольников, ограниченных осью ординат и линиями $y = \operatorname{tg} x$, $y = \frac{2}{3} \cos x$.
- 2.15. Вычислить площадь фигуры, ограниченной осью абсцисс и линиями $y = \arcsin x$, $y = \arccos x$.
- 2.16. Вычислить площадь фигуры, ограниченной астроидой $x = a \cos^3 t$, $y = a \sin^3 t$.
- 2.17. Найти площадь петли линии $x = 3t^2$, $y = 3t - t^3$.
- 2.18. Найти площадь петли линии $x = t^2 - 1$, $y = t^3 - t$.
- 2.19. Найти площадь фигуры, ограниченной линией $\rho = a \sin 2\varphi$.
- 2.20. Найти площадь фигуры, ограниченной линией $\rho = a \operatorname{tg} \varphi$ ($a > 0$) и прямой $\varphi = \pi / 4$.
- 2.21. Найти площадь общей части фигур, ограниченных линиями $\rho = 3 + \cos 4\varphi$ и $\rho = 2 - \cos 4\varphi$.
- 2.22. Найти площадь части фигуры, ограниченной линией $\rho = 2 + \cos 2\varphi$, лежащей вне линии $\rho = 2 + \sin 2\varphi$.
- 2.23. Найти площадь фигуры, ограниченной лемнискатой Бернулли $(x^2 + y^2)^2 = a^2(x^2 - y^2)$.

- 2.24. Найти площадь фигуры, ограниченной лемнискатой Бернулли $(x^2 + y^2)^2 = a^2(x^2 - y^2)$, лежащей внутри окружности $x^2 + y^2 = a^2/2$.
- 2.25. Найти площадь фигуры, ограниченной линией $(x^2 + y^2)^3 = 4a^2xy(x^2 - y^2)$.
- 2.26. Найти площадь фигуры, ограниченной линией $x^4 + y^4 = x^2 + y^2$.
- 2.27. Найти площадь фигуры, заключенной между линией $y = xe^{-x^2/2}$ и ее асимптотой.
- 2.28. Найти площадь фигуры, заключенной между линией $y^2 = \frac{x^3}{2a - x}$ и ее асимптотой.
- 2.29. Найти площадь фигуры, заключенной между линией $xy^2 = 8 - 4x$ и ее асимптотой.
- 2.30. Найти площадь фигуры, заключенной между линией $y^2 = \frac{1}{1 + x^2}$ и ее асимптотой.

3. Вычисление длины дуги

- 3.1. Найти длину дуги линии $\ln x$ от точки $x_1 = \sqrt{3}$ до точки $x_2 = \sqrt{8}$.
- 3.2. Найти длину дуги линии $\ln(1 - x^2)$ от точки $x_1 = 0$ до точки $x_2 = 1/2$.
- 3.3. Найти длину дуги линии $\ln \frac{e^x + 1}{e^x - 1}$ от точки $x_1 = a$ до точки $x_2 = b$.
- 3.4. Вычислить длину петли линии $9ay^2 = x(x - 3a)^2$.
- 3.5. Найти длину линии $y = \sqrt{x - x^2} + \arcsin \sqrt{x}$.
- 3.6. Найти длину кардиоиды $\rho = a(1 + \cos \varphi)$.
- 3.7. Найти длину линии $x = a \cos^5 t, y = a \sin^5 t$.
- 3.8. Найти длину линии $(y - \arcsin x)^2 = 1 - x^2$.
- 3.9. Найти длину петли линии $x = t^2, y = t - \frac{t^3}{3}$.
- 3.10. Найти длину архимедовой спирали $\rho = a\varphi$ от начала до конца первого завитка.

3 семестр

Индивидуальное задание

Задание № 1.

Исследовать положительные ряды на сходимость:

- | | | |
|--|---|--|
| 1. а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 + 5}{2^n};$ | б) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n-1}{2n+1} \right)^n;$ | в) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln n (\ln \ln n)^2}.$ |
| 2. а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{n!};$ | б) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln n};$ | в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n^2 + 4n + 5)}.$ |
| 3. а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot (2n+1)}{1 \cdot 4 \cdot \dots \cdot (3n-2)};$ | б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!};$ | в) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{1}{n} \right)^{n^2}.$ |

$$\begin{array}{lll}
4. \text{ a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n^2}; & \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^5}{5^n}; & \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 \ln(n+1)}. \\
5. \text{ a) } \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n-1}{n+1}\right)^{n(n-1)}; & \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot (2n-1)}{2^{2^n} (n-1)!}; & \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \ln^3(n+1)}. \\
6. \text{ a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(n+1)}{9^n}; & \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \left(\arcsin \frac{1}{n}\right)^n; & \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{2n+1}}{n!}. \\
7. \text{ a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 \cdot 5 \cdot 8 \cdot \dots \cdot (3n-1)}{1 \cdot 5 \cdot 9 \cdot \dots \cdot (4n-3)}; & \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{6^n}{(n-1)!}; & \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{n^2 + 3}. \\
8. \text{ a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3n+1)!}{8^n n^2}; & \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n}{2n+3}\right)^{n^2}; & \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \ln^2 n}. \\
9. \text{ a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^3 + 1}; & \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{(2n-1)^{n-1}}; & \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{4n-3}\right)^{2n}. \\
10. \text{ a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 \cdot 11 \cdot \dots \cdot (10n-9)}{2n-1}; & \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \sqrt{\ln n}}; & \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\left(\frac{n+2}{n}\right)^{n^2}}{9^n}. \\
11. \text{ a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n-1)!}{7^n n(n+1)}; & \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+1}{4n}\right)^{3n}; & \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(n+1)^2 \ln n}. \\
12. \text{ a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{(2n+1)!}; & \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n^3 + 2}}; & \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+2}{n+3}\right)^{n^2}. \\
13. \text{ a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{5^n (2n-1)}; & \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n+1)^n}{(4n-1)^n}; & \text{в) } \sum_{n=2}^{\infty} \frac{5+n}{25+n^2}. \\
14. \text{ a) } \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} \ln \frac{n+1}{n-1}; & \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{n+1}\right)^n; & \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot \dots \cdot (n+3)}{5 \cdot 7 \cdot 9 \cdot \dots \cdot (2n+3)}. \\
15. \text{ a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n+3) \ln^2(n+9)}; & \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3^n} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n^2}; & \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \arccos \frac{1}{n^2 + 3}.
\end{array}$$

Задание № 2.

Исследовать числовой ряд на сходимость и установить характер сходимости (абсолютная, условная):

$$\begin{array}{ll}
1. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{3n-1}. & 2. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{2n-1}{3n+2}\right)^n. \\
3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{\sqrt{2n+1}}. & 4. \sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n \frac{\ln n}{n}.
\end{array}$$

$$5. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n(\ln n)^2}.$$

$$7. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{n^2}{2^n}.$$

$$9. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n \cdot 5^n}.$$

$$11. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{3^n}{2n+2}.$$

$$13. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{(n+1)(n+4)}.$$

$$15. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{2n+1}{n(n+2)}.$$

$$6. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n^2}.$$

$$8. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{2n+1}{5n(n+1)}.$$

$$10. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{\ln(n+1)}.$$

$$12. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{2^n}{n^4}.$$

$$14. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{2n-1}{3n}.$$

$$16. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)2^{2n+1}}.$$

Задание № 3.

Найти область сходимости функционального ряда:

$$1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{3^n n(x+2)^n}.$$

$$3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(x+5)^n}.$$

$$5. \sum_{n=1}^{\infty} n^x.$$

$$7. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos nx}{n\sqrt{n}}.$$

$$9. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln^n x}{n}.$$

$$11. \sum_{n=1}^{\infty} e^{-n^2 x}.$$

$$13. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(x+1)^n}.$$

$$15. \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{n} e^{-nx}.$$

$$2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!(x+3)^n}.$$

$$4. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n n^{-x}.$$

$$6. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(3x-4)^n}{5^n}.$$

$$8. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin nx}{e^{nx}}.$$

$$10. \sum_{n=1}^{\infty} x^n \operatorname{tg} \frac{x}{2^n}.$$

$$12. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(x-2)^n}.$$

$$14. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n2^n}{(x-3)^{2n}}.$$

$$16. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} e^{-nx^2}.$$

Задание № 4.

Найти область сходимости заданных степенных рядов:

$$1. \text{ а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{10^n x^n}{n^n};$$

$$\text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n^2 2^n}.$$

$$2. \text{ a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n! x^n}{n^n};$$

$$3. \text{ a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{n+1}}{5^{n+1} n};$$

$$4. \text{ a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n^2};$$

$$5. \text{ a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(0,1)^n x^{2n}}{n};$$

$$6. \text{ a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n x^n}{(2n+1)^2 \sqrt{3^n}};$$

$$7. \text{ a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{\sqrt{n}};$$

$$8. \text{ a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n x^n}{\sqrt{n}};$$

$$9. \text{ a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n x^n}{n^3};$$

$$10. \text{ a) } \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{n+1} \right)^{n^2} \frac{x^n}{5^n};$$

$$11. \text{ a) } \sum_{n=1}^{\infty} x^n \operatorname{tg} \frac{1}{n};$$

$$12. \text{ a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n x^n}{6^n \sqrt[3]{n}};$$

$$13. \text{ a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)^2 x^n}{2^n};$$

$$14. \text{ a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n x^n}{\sqrt{2n-1}};$$

$$15. \text{ a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{2^n \sqrt{3n-1}};$$

$$\text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+2)^n}{n \cdot 2^n \sqrt{3n+1}}.$$

$$\text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n (x-2)^{2n}}{n}.$$

$$\text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{(x-4)^{2n}}{n 3^n}.$$

$$\text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{2^n \ln(n+1)}.$$

$$\text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-4)^{2n-1}}{2n-1}.$$

$$\text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{n^n \ln \left(1 + \frac{1}{n} \right)}.$$

$$\text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+5)^{n^2}}{(n+1)^n}.$$

$$\text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n (x-5)^n}{(3n+1)^{10}}.$$

$$\text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+2)^{3n}}{n^2}.$$

$$\text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+4)^n}{n \sqrt[3]{n}}.$$

$$\text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} (2+x)^n.$$

$$\text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+5)^{2n-1}}{2n \cdot 4^n}.$$

$$\text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n-1)^n (x+1)^n}{2^{n-1} n^n}.$$

$$\text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+3)^n}{n^2}.$$

Задание № 5.

Разложить заданную функцию $f(x)$ в степенной ряд в окрестности точки x_0 .
Найти область сходимости полученного степенного ряда к данной функции.

$$1. f(x) = e^{-x^2}, x_0 = 0.$$

$$2. f(x) = \ln x, x_0 = 1.$$

$$3. f(x) = \frac{1}{x}, x_0 = 2.$$

$$4. f(x) = \sin^2 x, x_0 = 0.$$

$$5. f(x) = 3^x, x_0 = 0.$$

$$6. f(x) = e^{-2x}, x_0 = 1.$$

$$7. f(x) = \frac{1}{2x+5}, x_0 = 3.$$

$$8. f(x) = \cos^2 x, x_0 = 0.$$

$$9. f(x) = \sin \frac{\pi x}{4}, x_0 = 2.$$

$$10. f(x) = \frac{x}{3+4x}, x_0 = 0.$$

$$11. f(x) = \sqrt[3]{27-x}, x_0 = 0.$$

$$12. f(x) = (1-x)e^{-2x}, x_0 = 0.$$

$$13. f(x) = \sin 2x + 2x \cos 2x, x_0 = 0. \quad 14. f(x) = \ln(1+x-2x^2), x_0 = 0.$$

$$15. f(x) = \frac{1}{x-1}, x_0 = 2.$$

$$16. f(x) = \frac{x}{x^2-6x+5}, x_0 = 3.$$

Задание № 6.

Вычислить определенный интеграл с точностью до 0,001.

$$1. \int_0^{0.5} \frac{\operatorname{arctg} x^2}{x^2} dx.$$

$$2. \int_0^1 \cos \frac{x^2}{4} dx.$$

$$3. \int_0^{0.1} \frac{\ln(1+x)}{x} dx.$$

$$4. \int_0^1 \sqrt{x} \sin x dx.$$

$$5. \int_0^{0.8} \frac{1-\cos x}{x} dx.$$

$$6. \int_0^{0.1} e^{-6x^2} dx.$$

$$7. \int_0^{0.8} \frac{dx}{\sqrt[4]{1+x^4}}.$$

$$8. \int_0^{0.1} \frac{e^{-2x}}{x} dx.$$

$$9. \int_0^{1.5} \frac{dx}{\sqrt[3]{27+x^3}}.$$

$$10. \int_0^{0.4} \cos \left(\frac{5x}{2} \right)^2 dx.$$

$$11. \int_0^{0.4} \frac{1-e^{-\frac{x}{2}}}{x} dx.$$

$$12. \int_0^{0.4} e^{-\frac{3x^2}{4}} dx.$$

$$13. \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt[3]{8+x^3}}.$$

$$14. \int_0^{0.4} \frac{\ln \left(1 + \frac{x}{2} \right)}{x} dx.$$

$$15. \int_0^{0.1} e^{-x^2} dx.$$

$$16. \int_0^{0.5} \frac{1-\cos x}{x^2} dx.$$

Задание № 7.

Разложить в ряд Фурье периодическую с периодом $T = 2\pi$ функцию $f(x)$, заданную на отрезке $[-\pi, \pi]$.

$$1. f(x) = \begin{cases} 0, & x \in [-\pi, 0); \\ 4x - 3, & x \in [0, \pi]. \end{cases}$$

$$3. f(x) = \begin{cases} 0, & x \in [-\pi, 0]; \\ 1 - 2x, & x \in (0, \pi]. \end{cases}$$

$$5. f(x) = \begin{cases} 0, & x \in [-\pi, 0]; \\ x^2, & x \in (0, \pi]. \end{cases}$$

$$7. f(x) = \begin{cases} 0, & x \in [-\pi, 0); \\ 3 - x, & x \in [0, \pi]. \end{cases}$$

$$9. f(x) = \begin{cases} 2x + 1, & x \in [-\pi, 0]; \\ 0, & x \in (0, \pi]. \end{cases}$$

$$11. f(x) = \begin{cases} -x, & x \in [-\pi, 0]; \\ 1, & x \in (0, \pi]. \end{cases}$$

$$13. f(x) = \begin{cases} 0, & x \in [-\pi, 0]; \\ 6x - 5, & x \in (0, \pi]. \end{cases}$$

$$15. f(x) = \begin{cases} 0, & x \in [-\pi, 0]; \\ 3 - 8x, & x \in (0, \pi]. \end{cases}$$

$$2. f(x) = \begin{cases} 5 - x, & x \in [-\pi, 0]; \\ 0, & x \in (0, \pi]. \end{cases}$$

$$4. f(x) = \begin{cases} 2x - 1, & x \in [-\pi, 0]; \\ 0, & x \in (0, \pi]. \end{cases}$$

$$6. f(x) = \begin{cases} -1, & x \in [-\pi, 0]; \\ x, & x \in (0, \pi]. \end{cases}$$

$$8. f(x) = \begin{cases} 3x + 2, & x \in [-\pi, 0]; \\ 0, & x \in (0, \pi]. \end{cases}$$

$$10. f(x) = \begin{cases} 0, & x \in [-\pi, 0]; \\ \frac{x}{2}, & x \in (0, \pi]. \end{cases}$$

$$12. f(x) = \begin{cases} -2, & x \in [-\pi, 0]; \\ x + 1, & x \in (0, \pi]. \end{cases}$$

$$14. f(x) = \begin{cases} 7 - 3x, & x \in [-\pi, 0]; \\ 0, & x \in (0, \pi]. \end{cases}$$

$$16. f(x) = \begin{cases} x, & x \in [-\pi, 0]; \\ 2 - x, & x \in (0, \pi]. \end{cases}$$

**Раздел. Дифференциальное исчисление функций
нескольких переменных**

Задание № 8.

Найти частные производные z_x, z_y функции $z = f(x, y)$.

$$1.1. z = \ln(3x - x^2 + 5xy);$$

$$1.3. z = (3xy^2 - 3yx^2 + 5y)^4;$$

$$1.5. z = \sin(6x^4 - 4y + xy);$$

$$1.7. z = (6y^2x^4 - 4xy + y)^2;$$

$$1.9. z = \ln(x^2y + y^2x - 3x + 4y)^2;$$

$$1.11. z = (x^2 + 2x - 1)^{\ln y};$$

$$1.13. z = \sqrt{\frac{2y + 4}{\sin x}};$$

$$1.15. z = e^{-\cos^2(3x - 5y)};$$

$$1.2. z = \sqrt{3xy - x^2 + 5y^2};$$

$$1.4. z = e^{3xy + 5y - 4x};$$

$$1.6. z = \operatorname{tg}^2(6y^2x^4 - 4xy + y);$$

$$1.8. z = \cos(4xy + y - x)^2;$$

$$1.10. z = \sin(2x^2y - 3x^3 + 4y^4);$$

$$1.12. z = \frac{\sqrt{x^2 - y - 2}}{x^2 - y^2};$$

$$1.14. z = \arcsin \frac{2x}{y - 2};$$

$$1.16. z = x^4 - y^2;$$

$$1.17. z = \arctg(x^4 - y^2);$$

$$1.18. z = \operatorname{arccctg} \frac{y^2}{x};$$

$$1.19. z = (\ln y)^{2x-1};$$

$$1.20. z = (\sin x)^{\operatorname{tg} y}.$$

Задание № 9.

Исследовать функцию двух переменных $z = f(x, y)$ на экстремум.

$$2.1. z = x^2 + y^2 - 9xy + 27;$$

$$2.2. z = x^2 + 2y^2 + 1;$$

$$2.3. z = 3 - 2x^2 - y^2 - xy;$$

$$2.4. z = x^2 + 3y^2 + x - y;$$

$$2.5. z = 5x^2 + y^2 - 3xy + 4;$$

$$2.6. z = x^2 + 2y^2 + 2xy;$$

$$2.7. z = 10 - x^2 + 2xy;$$

$$2.8. z = x^2 - y^2 + 2xy + 4x;$$

$$2.9. z = x^2 + xy - 2;$$

$$2.10. z = x^2 - 2xy + 2y^2 - 2y;$$

$$2.11. z = x^3 - 9xy + y^3;$$

$$2.12. z = xy^2 - 4x + 8y - 11;$$

$$2.13. z = x^2 + y^2 - 2x + 4y + 5;$$

$$2.14. z = xy + 2x + 6y - 7;$$

$$2.15. z = 2xy + x^2 + y^2 - 4x + 2y + 3;$$

$$2.16. z = 4xy - x^2 - y^2 + 6x + 4y - 5;$$

$$2.17. z = 2x^2 + 9y^2 - 4x - 6y + 2;$$

$$2.18. z = 3x^2 + y^2 + 6x - 4y - 10;$$

$$2.19. z = x^3 + y^3 - 6xy + 10;$$

$$2.20. z = xy + 4x + 12y + 24.$$

Задание № 10.

Найти: а) производную функции $z = f(x, y)$ в точке М по направлению вектора \vec{l} ;

б) градиент функции $z = f(x, y)$ в точке М.

$$3.1. z = \cos^3 y + \ln(x^2 + y^2); \quad M(1, 1), \quad \vec{l} = \vec{i} + 2\vec{j};$$

$$3.2. z = \arctg(x \cdot \ln(1 + y)); \quad M(1, 0), \quad \vec{l} = 2\vec{i} - \vec{j};$$

$$3.3. z = 2x^2 + 9y^2 - 4x - 6y + 2; \quad M(-2, 3), \quad \vec{l} = 3\vec{i} - 2\vec{j};$$

$$3.4. z = x^3 + y^3 - 6xy + 10; \quad M(4, 3), \quad \vec{l} = 5\vec{i} - 12\vec{j};$$

$$3.5. z = 2xy + x^2 + y^2 - 4x + 2y + 3; \quad M(-1, 3), \quad \vec{l} = 6\vec{i} - 8\vec{j};$$

$$3.6. z = x^2 + y^2 - 2x + 4y + 5; \quad M(4, -1), \quad \vec{l} = 8\vec{i} + 8\vec{j};$$

$$3.7. z = xy + 4x + 12y + 24; \quad M(3, -3), \quad \vec{l} = -\vec{i} - \vec{j};$$

$$3.8. z = 3x^2 + y^2 + 6x - 4y - 10; \quad M(6, -1), \quad \vec{l} = -4\vec{i} + \vec{j};$$

$$3.9. z = 4xy - x^2 - y^2 + 6x + 4y - 5; \quad M(1, -1), \quad \vec{l} = 5\vec{i} + 8\vec{j};$$

$$3.10. z = xy + 2x + 6y - 7; \quad M(0, -1), \quad \vec{l} = -\vec{i} + 2\vec{j};$$

$$3.11. z = x^2 - y^2 + 2xy + 4x; \quad M(2, -1), \quad \vec{l} = 3\vec{i} + \vec{j};$$

$$3.12. z = x^2 + 2y^2 + 2xy; \quad M(5, -1), \quad \vec{l} = \vec{i} - 6\vec{j};$$

$$3.13. z = x^2 + 3y^2 + x - y; \quad M(-2, -1), \quad \vec{l} = 3\vec{i} - 2\vec{j};$$

$$3.14. z = x^2 + 2y^2 + 1; \quad M(4, -3), \quad \vec{l} = \vec{i} - \vec{j};$$

- | | | |
|------------------------------------|---------------|------------------------------------|
| 3.15. $z = x^3 - 9xy + y^3$; | $M(0, -4)$, | $\vec{l} = 2\vec{i} - 4\vec{j}$; |
| 3.16. $z = x^2 + xy - 2$; | $M(-4, -1)$, | $\vec{l} = 5\vec{i} + 2\vec{j}$; |
| 3.17. $z = 5x^2 + y^2 - 3xy + 4$; | $M(2, 1)$, | $\vec{l} = 3\vec{i} + 2\vec{j}$; |
| 3.18. $z = 3 - 2x^2 - y^2 - xy$; | $M(-2, 2)$, | $\vec{l} = -2\vec{i} - 6\vec{j}$; |
| 3.19. $z = x^2 + y^2 - 9xy + 27$; | $M(1, -1)$, | $\vec{l} = 2\vec{i} - 4\vec{j}$; |
| 3.20. $z = x^2 + 2y^2 + 1$; | $M(-3, 3)$, | $\vec{l} = 2\vec{i} + 8\vec{j}$. |

Задание № 11.

Проверить заданное соотношение для функции $z = f(x, y)$.

- | | | |
|-------|---|--------------------------------------|
| 4.1. | $x^2 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - y^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0,$ | $z = e^{xy}$; |
| 4.2. | $a^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 z}{\partial z^2} = 0,$ | $z = e^{-\cos(ax+y)}$; |
| 4.3. | $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0,$ | $z = \ln(x^2 + y^2 + 2y + 1)$; |
| 4.4. | $a^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = 0,$ | $z = \sin^2(y - ax)$; |
| 4.5. | $x^2 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + 2xy \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + y^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0,$ | $z = \frac{y}{x}$; |
| 4.6. | $x^2 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - y^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0,$ | $z = y \sqrt{\frac{y}{x}}$; |
| 4.7. | $x^2 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - \frac{\partial}{\partial y} \left(y^2 \frac{\partial z}{\partial y} \right) = 0,$ | $z = \sqrt{\frac{x}{y}}$; |
| 4.8. | $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0,$ | $z = \arctg \frac{x}{y}$; |
| 4.9. | $\frac{\partial}{\partial x} \left(x^2 \frac{\partial z}{\partial x} \right) - x^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0,$ | $z = \frac{\sin(x - y)}{x}$; |
| 4.10. | $\frac{\partial}{\partial x} \left(x^2 \frac{\partial z}{\partial x} \right) - y^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0,$ | $z = e^{\frac{y}{x}}$; |
| 4.11. | $\frac{1}{x} \frac{\partial z}{\partial x} + \frac{1}{y} \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{z}{y^2},$ | $z = \frac{y}{(x^2 - y^2)^5}$; |
| 4.12. | $x^2 \frac{\partial z}{\partial x} - xy \frac{\partial z}{\partial y} + y^2 = 0,$ | $z = \frac{y^2}{3x} + \arcsin(xy)$; |

$$4.13. \quad \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0, \quad z = \ln(x^2 + y^2 + 2x + 1);$$

$$4.14. \quad x^2 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - 2xy \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + y^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} + 2xyz = 0, \quad z = e^{xy};$$

$$4.15. \quad \frac{\partial z}{\partial x} \cdot \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} - \frac{\partial z}{\partial y} \cdot \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = 0, \quad z = \ln(x - e^{-y});$$

Задание № 12.

Вычислить наибольшее и наименьшее значения функции $z = f(x, y)$ в заданной области D , которая определена системой неравенств. Построить область D .

- | | | |
|-------|----------------------------------|---|
| 5.1. | $z = x^2 + y^2 - 9xy + 27,$ | $0 \leq x \leq 3, 0 \leq y \leq 3;$ |
| 5.2. | $z = x^2 + 2y^2 + 1,$ | $x \geq 0, y \geq 0, x + y < 3;$ |
| 5.3. | $z = 3 - 2x^2 - xy - y^2,$ | $x \leq 1, y \geq 0, y \leq x;$ |
| 5.4. | $z = x^2 + 3y^2 + x - y,$ | $x \geq 1, y \geq -1, x + y < 1;$ |
| 5.5. | $z = x^2 + 2xy + 2y^2,$ | $-1 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2;$ |
| 5.6. | $z = 5x^2 - 3xy + y^2 + 4,$ | $x \geq -1, y \geq -1, x + y \leq 1;$ |
| 5.7. | $z = 10 + 2xy - x^2,$ | $0 \leq y \leq 4 - x;$ |
| 5.8. | $z = x^2 + 2xy - y^2 + 4x,$ | $x \leq 0, y \leq 0, x + y + 2 \geq 0;$ |
| 5.9. | $z = x^2 + xy - 2,$ | $4x^2 - 4 \leq y \leq 0;$ |
| 5.10. | $z = x^2 + xy,$ | $-1 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 3;$ |
| 5.11. | $z = x^2 - xy + y^2 - 4x,$ | $x \geq 0, y \geq 0, 2x + 3y - 12 \leq 0;$ |
| 5.12. | $z = x^2 + 3y^2 + x - y,$ | $0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1, x + y \geq 1;$ |
| 5.13. | $z = x^2 + y^2 - 3xy,$ | $0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 3;$ |
| 5.14. | $z = x^2 - 2y^2 + 4xy - 6x - 1,$ | $x \geq 0, y \geq 0, x + y \leq 3;$ |
| 5.15. | $z = xy - 2x - y,$ | $0 \leq x \leq 3, 0 \leq y \leq 4;$ |
| 5.16. | $z = \frac{1}{2}x^2 - xy,$ | $0 \leq y \leq 3, y \geq \frac{1}{3}x^2;$ |
| 5.17. | $z = 2x + y - xy,$ | $0 \leq x \leq 4, 0 \leq y \leq 4;$ |
| 5.18. | $z = x^2 + 2xy - 4x + 8y,$ | $0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2;$ |
| 5.19. | $z = x^2 + y^2 - xy + x + y,$ | $x \leq 0, y \leq 0, x + y > -3;$ |
| 5.20. | $z = x^2 + 8y^2 - 6xy + 1,$ | $0 \leq x \leq 2, -1 \leq y \leq 1;$ |

4 семестр

Индивидуальное задание

Варианты индивидуальных работ

№ п/п						
1	6.1	8.1	9.1	9.21	10.1	12.1
2	6.2	8.2	9.2	9.22	10.2	12.2
3	6.3	8.3	9.3	9.23	10.3	12.3
4	6.4	8.4	9.4	9.24	10.4	12.4
5	6.5	8.5	9.5	9.25	10.5	12.5
6	6.6	8.6	9.6	9.1	11.1	12.6
7	6.7	8.7	9.7	9.2	11.2	12.7
8	6.8	8.8	9.8	9.3	11.3	12.8
9	6.9	8.1	9.9	9.4	11.4	12.9
10	6.10	8.2	9.10	9.5	11.5	12.1 0
11	7.1	8.1	9.11	9.1	11.6	12.1 1
12	7.2	8.2	9.12	9.2	11.7	10.1
13	7.3	8.3	9.13	9.3	11.8	10.2
14	7.4	8.4	9.14	9.4	11.9	10.3
15	7.5	8.5	9.15	9.5	11.10	12.1
16	7.6	8.6	9.16	9.1	10.1	12.2
17	6.1	8.7	9.17	9.2	10.2	12.3
18	6.2	8.8	9.18	9.3	10.3	12.4
19	6.3	7.1	9.19	9.4	10.4	12.5
20	6.4	7.2	9.20	9.5	10.5	12.6

Раздел. Интегральное исчисление функций нескольких переменных

Задание № 6.

Вычислить повторный интеграл:

$$6.1. \int_0^2 dy \int_0^1 (x^2 + 2y) dx.$$

$$6.2. \int_3^4 dx \int_1^2 \frac{dy}{(x+y)^2}.$$

$$6.3. \int_0^1 dx \int_0^1 \frac{x^2 dy}{1+y^2}.$$

$$6.4. \int_1^2 dx \int_{\frac{1}{x}}^x \frac{x^2 dy}{y^2}.$$

$$6.5. \int_{-3}^3 dy \int_{y^2-4}^5 (x+2y) dx.$$

$$6.6. \int_0^{2\pi} d\varphi \int_{a \sin \varphi}^a r dr.$$

$$6.7. \int_0^1 dx \int_0^{\sqrt{1-x^2}} \sqrt{1-x^2-y^2} dy.$$

$$6.8. \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} d\varphi \int_0^{3 \cos \varphi} r^2 \sin^2 \varphi dr.$$

$$6.9. \int_0^1 dx \int_0^2 y dy \int_0^3 z^2 dz.$$

$$6.10. \int_0^1 dx \int_0^x dy \int_0^{xy} x^3 y^2 z dz.$$

Задание № 7.

Найти уравнения линий, ограничивающих область интегрирования. Сделать рисунок области интегрирования:

$$7.1. \int_{-6}^2 dy \int_{\frac{y^2}{4}-1}^{2-y} f(x; y) dx.$$

$$7.2. \int_1^3 dx \int_{\frac{x}{x^2}}^{x+9} f(x; y) dy.$$

$$7.3. \int_0^4 dy \int_y^{10-y} f(x; y) dx.$$

$$7.4. \int_1^3 dx \int_{\frac{x}{3}}^{2x} f(x; y) dy.$$

$$7.5. \int_0^3 dx \int_0^{\sqrt{25-x^2}} f(x; y) dy.$$

$$7.6. \int_{-1}^2 dx \int_{x^2}^{x+2} f(x; y) dy.$$

Задание № 8.

Изменить порядок интегрирования в повторном интеграле:

$$8.1. \int_0^2 dx \int_x^{2x} f(x; y) dy.$$

$$8.2. \int_{-6}^2 dx \int_{\frac{x^2}{4}-1}^{2-x} f(x; y) dy.$$

$$8.3. \int_0^1 dx \int_{x^3}^{x^2} f(x; y) dy.$$

$$8.4. \int_{-1}^1 dx \int_{-\sqrt{1-x^2}}^{1-x^2} f(x; y) dy.$$

$$8.5. \int_1^2 dx \int_{2-x}^{\sqrt{2x-x^2}} f(x; y) dy.$$

$$8.6. \int_0^2 dx \int_{\sqrt{2x-x^2}}^{\sqrt{2x}} f(x; y) dy.$$

$$8.7. \int_1^e dx \int_0^{\ln x} f(x; y) dy.$$

$$8.8. \int_0^{2\pi} dx \int_0^{\sin x} f(x; y) dy.$$

Задание № 9.

Вычислить двойной интеграл:

$$9.1. \iint_D (x+y) dx dy, \quad 0 \leq x \leq 1, \quad 1 \leq y \leq 2.$$

$$9.2. \iint_D xy(x-y) dx dy, \quad 0 \leq x \leq 1, \quad 0 \leq y \leq 2.$$

$$9.3. \iint_D \frac{dx dy}{(x-y)^2}, \quad 1 \leq x \leq 2, \quad 3 \leq y \leq 4.$$

$$9.4. \iint_D y \cos^2 x dx dy, \quad 0 \leq x \leq 2\pi, \quad 0 \leq y \leq 1.$$

$$9.5. \iint_D \ln(x+y) dx dy, \quad 1 \leq x \leq 2, \quad 0 \leq y \leq 1.$$

$$9.6. \iint_D x dx dy, \quad x=0, \quad y=x^3, \quad x+y=2.$$

$$9.7. \iint_D \sin(x+y) dx dy, \quad x=y, \quad y=0, \quad x+y=\frac{\pi}{2}.$$

$$9.8. \iint_D x^2 y dx dy, \quad y=0, \quad y=1-x^2.$$

$$9.9. \iint_D x^3 y dx dy, \quad y=x, \quad y^2=x.$$

$$9.10. \iint_D (1-y^2-x^2) dx dy, \quad x=1, \quad y=x, \quad y=2x.$$

$$9.11. \iint_D (x+y) dx dy, \quad y=1, \quad x=0, \quad y=\sqrt{x}.$$

$$9.12. \iint_D (x+2y) dx dy, \quad x=2, \quad y=3, \quad y=x, \quad y=2x.$$

$$9.13. \iint_D y \ln x dx dy, \quad xy=1, \quad x=2, \quad y=\sqrt{x}.$$

$$9.14. \iint_D (x^3+y^3) dx dy, \quad x=4, \quad x=2y, \quad x=y.$$

$$9.15. \iint_D (1+2x+2y) dx dy, \quad y=x, \quad y=0, \quad x+y=1.$$

$$9.16. \iint_D xy dx dy, \quad x+y=2, \quad y=x^3, \quad y=0.$$

$$9.17. \iint_D (4-y) dx dy, \quad y=1, \quad 4y=x^2, \quad x \geq 0.$$

$$9.18. \iint_D x^3 y^2 dx dy, \quad x^2+y^2=4.$$

$$9.19. \iint_D (x^2+y) dx dy, \quad y=x^2, \quad y^2=x.$$

$$9.20. \iint_D \frac{x^2}{y^2} dx dy, \quad x=2, \quad y=x, \quad xy=1.$$

$$9.21. \iint_D \cos(x+y) dx dy, \quad x=0, \quad y=\pi, \quad y=x. \quad 9.22. \iint_D \sqrt{1-x^2-y^2} dx dy, \quad x^2+y^2=1, \quad x \geq 0, \quad y \geq 0.$$

$$9.23. \iint_D x^2 y^2 \sqrt{1-x^3-y^3} dx dy, \quad x^3+y^3=1, \quad x=0, \quad y=0.$$

$$9.24. \iint_D \frac{dx dy}{\sqrt{1-x^2-y^2}}; \quad x^2+y^2=1, \quad x \geq 0, \quad y \geq 0. \quad 9.25. \iint_D \sqrt{x^2-y^2} dx dy, \quad x=1, \quad y=x, \quad y=-x.$$

Задание № 10.

С помощью перехода к полярным координатам вычислить двойной интеграл:

$$10.1. \int_0^R dx \int_0^{\sqrt{R^2-x^2}} \ln(x^2+y^2+1) dy.$$

$$10.2. \iint_D \sqrt{\frac{1-x^2-y^2}{1+x^2+y^2}} dx dy, \quad D = \{(x; y) \in R^2 \mid x^2+y^2 \leq 1, y \geq 0, x \geq 0\}.$$

$$10.3. \iint_D (2-2x-3y) dx dy, \quad D = \{(x; y) \in R^2 \mid x^2+y^2 \leq 4\}.$$

$$10.4. \iint_D \sqrt{9-x^2-y^2} dx dy, \quad D = \{(x; y) \in R^2 \mid x^2+y^2 \leq 3x\}.$$

$$10.5. \iint_D \arctg \frac{y}{x} dx dy, \quad D = \left\{ (x; y) \in R^2 \mid 1 \leq x^2+y^2 \leq 9, \frac{x}{\sqrt{3}} \leq y \leq x\sqrt{3} \right\}.$$

Задание № 11.

С помощью двойных интегралов вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$11.1. y = x^2; \quad y = x + 2.$$

$$11.2. x = y^2 - 2y; \quad x + y = 0.$$

$$11.3. y = \sin x; \quad y = \cos x; \quad x = 0.$$

$$11.4. x = 0; \quad y = 0; \quad x + y = 1.$$

$$11.5. x = y; \quad y = 5x; \quad x = 1.$$

$$11.6. 9x^2 + 4y^2 = 36.$$

$$11.7. y = \sqrt{x}; \quad y = 2\sqrt{x}; \quad x = 4.$$

$$11.8. (x^2 + y^2)^2 = 2x^3.$$

$$11.9. x^3 + y^3 = 2xy; \quad x \geq 0; \quad y \geq 0.$$

$$11.10. (x+y)^5 = x^2 y^2; \quad x \geq 0; \quad y \geq 0.$$

Задание № 12.

С помощью двойных интегралов вычислить объём тела, ограниченного поверхностями:

$$12.1. z = 5 - x; \quad y^2 = 5x; \quad z = 0.$$

$$12.2. z = x^2 + y^2; \quad y = x^2; \quad y = 1; \quad z = 0.$$

$$12.3. x = y = z = 0; \quad x = 4; \quad y = 4; \quad z = x^2 + y^2 + 1.$$

$$12.4. x = y = z = 0; \quad x = 1; \quad y = 2; \quad z = x^2 + y^2.$$

$$12.5. x = y = z = 0; \quad 6x + 3y + 2z - 6 = 0.$$

$$12.6. y = z = 0; \quad 3x + y = 6; \quad 3x + 2y = 12; \quad x + y + z = 6.$$

$$12.7. z = x^2 + y^2; \quad x = y = z = 0; \quad x + y = 1.$$

$$12.8. z = x^2 + y^2; \quad z = 0; \quad y = 1; \quad y = 2x; \quad x + y = 6.$$

$$12.9. y = \sqrt{x}; \quad y = 2\sqrt{x}; \quad z = 0; \quad x + z = 6.$$

$$12.10. x = y = z = 0; \quad 2x + 3y - 12 = 0; \quad 2z = y^2.$$

12.11. $z = 9 - y^2$; $3x + 4y = 12$; $x = y = z = 0$; $y \geq 0$.

**Критерии и шкала оценивания по оценочному средству
«индивидуальные задания»**

Шкала оценивания	Критерий оценивания
1, 2 семестры	
Зачтено (5 баллов)	Правильно решены 90-100% заданий
Не зачтено (0 баллов)	Правильно решены менее 90% заданий
3, 4 семестры	
Зачтено (10 баллов)	Правильно решены 90-100% заданий
Не зачтено (0 баллов)	Правильно решены менее 90% заданий

Курсовые работы.

Примерная тематика курсовых работ:

1. Основные понятия дифференциального исчисления функции одной переменной и история их развития.
2. Основные понятия интегрального исчисления функции одной переменной и история их развития.
3. Применение дифференциального исчисления для исследования функций одной переменной.
4. Основные понятия интегрального исчисления функции одной переменной и их применение.
5. Основные приложения производной.
6. Применение дифференциала функции к приближенным вычислениям.
7. Основные приложения определенных интегралов.
8. Вычисление определенного интеграла методами трапеций и средних прямоугольников.
9. Решение физических задач с помощью определенного интеграла.
10. Интегралы, зависящие от параметра.
11. Эллиптические интегралы.
12. Применение дифференциального исчисления функции нескольких переменных.
13. Применение кратных интегралов к задачам механики и геометрии.
14. Приближенное вычисление определенных интегралов, которые не берутся через элементарные функции.
15. Ряды и интеграл Фурье.
16. Интеграл Лебега.
17. Элементарные асимптотические методы.
18. Формула Стирлинга.
19. Геометрические задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям.
20. Физические задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям.
21. Применение степенных рядов к приближенным вычислениям.
22. Повторные и двойные ряды.
23. Метод Эйлера приближенного интегрирования дифференциальных уравнений первого порядка.
24. Применение степенных рядов к решению дифференциальных уравнений.

Критерии оценивания защиты курсовой работы

Оценка защиты курсовой работы является комплексной. При этом учитываются следующие критерии:

- соблюдение всех требований к оформлению курсовой работы и сроков ее исполнения;
- актуальность и степень разработанности темы;
- соответствие выполненной работы поставленным целям и задачам;
- уровень овладения методикой исследования;
- самостоятельность в анализе, обобщениях и выводах;
- полнота охвата источников;
- обоснованность и аргументированность основных положений, обобщений, выводов и рекомендаций;
- прогнозирование путей решения поставленных проблем в целом и выстраивание перспектив дальнейшей работы над темой;
- культура выступления во время защиты (речевая культура, коммуникативная компетентность, владение аудиторией, научный стиль изложения, логичность построения выступления, свободное владение материалом, использование презентационного или раздаточного материала).

Оценка «отлично» выставляется в случае, если курсовая работа:

- содержит грамотно изложенные теоретические положения и критический разбор практического опыта по исследуемой теме;
- выполнена на основе изучения широкого круга научной, научно-методической и иной литературы;
- характеризуется логичным, последовательным изложением материала с соответствующими самостоятельными выводами;
- надлежащим образом оформлена (орфография, аккуратность, правильность оформления сносок, библиографического списка);
- курсовая работа выполнена в срок.

В процессе защиты работы обучающийся показывает глубокое знание вопросов темы исследования, свободно оперирует данными исследования, владеет профессиональной терминологией, во время доклада использует мультимедийную презентацию, свободно отвечает на поставленные вопросы.

Оценка «хорошо» выставляется в случае, если курсовая работа:

- в целом содержит грамотно изложенные теоретические положения, но без глубокого творческого обоснования;
- выполнена на основе изучения достаточного объема научной, научно-методической и иной литературы;
- характеризуется логичным, последовательным изложением материала с соответствующими самостоятельными выводами; имеет некоторые неточности при освещении вопросов темы;
- надлежащим образом оформлена (орфография, аккуратность, правильность оформления сносок, библиографического списка);
- выполнена в срок.

В ходе защиты работы обучающийся показывает знание вопросов темы, оперирует данными исследования, во время доклада использует мультимедийную презентацию, отвечает на поставленные вопросы, однако дает неполные ответы на вопросы.

Оценка «удовлетворительно» выставляется в случаях, когда:

- исследуемая проблема с точки зрения теоретического освещения раскрыта в основном правильно;
- в работе не использован весь необходимый для освещения темы научный материал;

- работа поверхностным анализом практического опыта по исследуемой проблеме;
- работа характеризуется непоследовательным изложением материала и необоснованными предложениями;

При защите курсовой работы обучающийся проявляет неуверенность, показывает слабое знание вопросов темы, не дает полного, аргументированного ответа на заданные вопросы.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется в случаях, когда:

- работа содержит существенные теоретические ошибки или поверхностную аргументацию основных положений;
- не содержит анализа практического опыта по исследуемой проблеме;
- в работе отсутствуют выводы;
- курсовая работа выполнена не в срок.

В ходе защиты работы обучающийся затрудняется отвечать на поставленные вопросы, показывает слабые поверхностные знания по исследуемой теме, при ответе допускает существенные ошибки.

2.2. Оценочные средства для промежуточной аттестации (письменный экзамен)

Семестр 1

Вопросы к экзамену

1. Множество действительных чисел. Модуль действительного числа и его свойства.
2. Ограниченные и неограниченные множества на числовой прямой. Признак ограниченности множества.
3. Понятие функции и способы ее задания. Действия над функциями.
4. Монотонные функции на числовом промежутке.
5. Четные и нечетные функции.
6. Периодические функции.
7. График функции. Элементарные преобразования графиков.
8. Окрестность точки на числовой прямой. Предельные точки множества. Понятие предела функции в точке и его геометрический смысл.
9. Первый замечательный предел (лемма о вспомогательных неравенствах; теорема о первом замечательном пределе).
10. Теоремы о пределах (теорема о единственности предела; теорема о предельном переходе в неравенствах).
11. Теоремы о пределах (теорема о пределе промежуточной функции; теорема об ограниченности функции, имеющей конечный предел).
12. Пределы суммы, разности, произведения и частного двух функций.
13. Предел функции при аргументе, стремящемся к ∞ . Предел числовой последовательности.
14. Бесконечно малые функции и их свойства. Сравнение бесконечно малых функций.
15. Бесконечно большие функции и бесконечные пределы. Теорема о связи понятия бесконечно большой функции с понятием бесконечно малой функции.
16. Вычисление предела суммы, разности, произведения и частного двух функций в особых случаях.
17. Эквивалентные бесконечно малые функции и вычисление с их помощью пределов.
18. Односторонние пределы функций. Теорема о связи понятий односторонних пределов с понятием обычного предела.
19. Аксиома непрерывности множества действительных чисел. Точные границы числовых множеств. Теоремы о существовании точной верхней и точной нижней границ и их свойствах.
20. Теоремы о пределе монотонной числовой последовательности. Теорема Вейерштрасса.

21. Теорема Кантора. Теорема о неравенстве Бернулли.
22. Число e . Теорема о втором замечательном пределе.
23. Теоремы о третьем, четвертом и пятом замечательных пределах и следствия из них.
24. Понятие непрерывной функции. Непрерывность суммы, разности, произведения и частного двух непрерывных функций.
25. Внесение знака предела под знак непрерывной функции. Теорема о непрерывности композиции функций.
26. Односторонняя непрерывность функции в точке. Классификация точек разрыва.
27. Односторонние пределы монотонных функций.
28. Теорема о промежуточных значениях непрерывной функции.
29. Понятие обратной функции. Теорема о существовании непрерывной обратной функции.
30. Корень натуральной степени.
31. Степень с рациональным показателем.
32. Степень положительного числа с произвольным действительным показателем.
33. Показательная функция.
34. Логарифм и логарифмическая функция.
35. Степенная функция с произвольным показателем.
36. Обратные тригонометрические функции.
37. Подпоследовательности. Теорема Больцано-Вейерштрасса.
38. Теоремы Вейерштрасса о непрерывной на отрезке функции.
39. Понятия производной и дифференцируемости функции. Теорема о связи дифференцируемости с непрерывностью функции.
40. Касательная к графику функции. Геометрический смысл дифференцируемости функции.
41. Производная суммы, разности, произведения и частного двух функций. Теорема о производной композиции двух функций.
42. Производные элементарных функций. Теорема о производной обратной функции. Гиперболические функции и их производные.
43. Параметрический путь. Примеры. Теорема о касательной к параметризованному пути.
44. Параметрический способ задания функции. Теорема о производной параметрически заданной функции.
45. Понятие дифференциала функции. Геометрический и механический смысл дифференциала функции.
46. Дифференциал суммы, разности, произведения и частного двух функций. Дифференциал композиции двух функций. Дифференциалы высших порядков.
47. Возрастание и убывание функции в точке.
48. Свойства дифференцируемых функций (теорема Ферма; теорема Ролля).
49. Свойства дифференцируемых функций (теорема Лагранжа; теорема Коши).
50. Признак монотонности функции на промежутке. Точки экстремума. Теорема о необходимом условии существования экстремума функции одной переменной.
51. Теоремы о первом и втором достаточных условиях существования экстремума функции одной переменной.
52. Направление выпуклости графика функции. Точки перегиба графика функции.
53. Невертикальные асимптоты графика функции.
54. Раскрытие неопределенностей типа $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ и $\begin{bmatrix} \infty \\ \infty \end{bmatrix}$ с помощью правил Лопиталя.

Семестр 2

Вопросы к экзамену

1. Понятие первообразной. Теорема о первообразной.
2. Понятие неопределенного интеграла. Свойства неопределенного интеграла.

3. Таблица основных интегралов.
4. Теорема об интегрировании по частям.
5. Теорема о замене переменной в неопределенном интеграле.
6. Понятия рациональной функции, простейших рациональных функций. Интегрирование простейших дробей первого и второго типа.
7. Интегрирование простейших дробей третьего типа.
8. Интегрирование простейших дробей четвертого типа.
9. Интегрирование правильной рациональной функции.
10. Интегрирование неправильной рациональной функции.
11. Интегрирование тригонометрических выражений.
12. Интегрирование выражений, содержащих радикалы.
13. Определение равномерной непрерывности функции на промежутке.
14. Теорема Кантора о равномерной непрерывности.
15. Разбиение отрезка. Ранг разбиения. Интегральная сумма. Понятие определенного интеграла.
16. Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла.
17. Необходимое условие интегрируемости функции.
18. Суммы Дарбу и их свойства.
19. Критерий интегрируемости функции. Достаточные условия интегрируемости функции.
20. Свойства определенного интеграла.
21. Теорема о среднем значении.
22. Существование первообразных непрерывной функции (теорема о производной определенного интеграла по верхнему пределу интегрирования; теорема о существовании первообразной).
23. Теорема о формуле Ньютона – Лейбница.
24. Теорема об интегрировании по частям в определенном интеграле.
25. Замена переменной интегрирования и подстановки в определенном интеграле (теоремы 1 и 2).
26. Интегралы четных и нечетных функций по отрезку с серединой в нуле.
27. Квадрируемые фигуры на плоскости и их площади. Признак квадрируемости.
28. Теорема о площади криволинейной трапеции и следствия из нее.
29. Теорема о площади криволинейного сектора.
30. Функции с ограниченным изменением (теоремы 1, 2 и 3).
31. Спрямоугольность и длина плоской кривой. Теорема Жордана.
32. Вычисление длины гладкой кривой (определение гладкой кривой, теорема о длине гладкой кривой).
33. Вычисление длины гладкой кривой, заданной в декартовых координатах, и кривой, заданной в полярных координатах.
34. Несобственные интегралы. Теорема о несобственном интеграле.
35. Понятие остатка несобственного интеграла. Теорема об остатке несобственного интеграла.

Семестр 3

Вопросы к экзамену

1. Понятие числового ряда. Сходящийся числовой ряд и его сумма. Теорема о геометрическом ряде.
2. Теорема о сложении сходящихся числовых рядов. Теорема об умножении сходящегося числового ряда на число.
3. Определение остатка числового ряда. Теоремы об остатке сходящегося числового ряда.
4. Необходимое условие сходимости числового ряда. Гармонический ряд.

5. Положительные числовые ряды. Критерий сходимости положительных рядов.
6. Сравнение положительных рядов (теорема 1 и предельная теорема).
7. Признаки Коши и Даламбера сходимости положительных рядов.
8. Интегральный признак сходимости положительных рядов и его применение. Теорема об обобщенных гармонических рядах.
9. Знакопередающиеся ряды. Теорема Лейбница о знакопередающихся рядах.
10. Абсолютная и условная сходимость рядов. Положительная и отрицательная части числового ряда.
11. Признаки Даламбера и Коши абсолютной сходимости числового ряда.
12. Перестановка членов числового ряда (теорема 1 о переместительном свойстве положительных рядов; теорема 2 о переместительном свойстве абсолютно сходящихся рядов; теорема 3 о перемножении абсолютно сходящихся рядов).
13. Необходимое и достаточное условие сходимости (критерий Коши) числовой последовательности и числового ряда (теоремы 1 и 2).
14. Функциональная последовательность. Область сходимости и предельная функция.
15. Функциональные ряды. Область сходимости и сумма функционального ряда.
16. Равномерная сходимость функциональной последовательности и функционального ряда. Теорема Вейерштрасса (достаточный признак равномерной сходимости функционального ряда).
17. Необходимое и достаточное условия равномерной сходимости функциональных рядов и функциональных последовательностей. Свойства равномерно сходящихся функциональных рядов.
19. Понятие степенного ряда. Теорема об интервале и радиусе сходимости степенного ряда.
20. Теорема о равномерной сходимости степенного ряда.
21. Свойства степенных рядов (непрерывность суммы; почленное интегрирование и дифференцирование степенного ряда).
22. Разложение функции в степенной ряд. Теорема о единственности разложения функции в степенной ряд.
23. Формула Тейлора. Теорема об условии сходимости ряда Тейлора.
24. Теорема о разложении функции $f(x) = e^x$ в степенной ряд.
25. Теорема о разложении функции $f(x) = \sin x$ в степенной ряд.
26. Теорема о разложении функции $f(x) = \cos x$ в степенной ряд.
27. Теорема о разложении функции $f(x) = \ln(1+x)$ в степенной ряд.
28. Теорема о разложении функции $f(x) = \arctg x$ в степенной ряд.
29. Теорема о разложении функции $f(x) = (1+x)^m$ в биномиальный ряд.
30. Понятие степенного ряда в комплексной области. Круг сходимости степенного ряда. Теорема Абеля.
31. Показательная и тригонометрические функции комплексной переменной. Формулы Эйлера.
32. Тригонометрическая система функций и её ортогональность.
33. Понятие тригонометрического ряда. Ряд Фурье.
34. Комплексная форма ряда Фурье.
35. Сходимость ряда Фурье. Теорема Дирихле.
36. Ряды по косинусам и синусам.
37. Функция двух переменных. Область определения и область значения функции двух переменных. Способы задания функции двух переменных. График функции двух переменных. Линии уровня. Функция нескольких переменных.
38. Предел и непрерывность функции двух переменных.

39. Частные производные функции нескольких переменных. Понятие дифференцируемости функции нескольких переменных.
40. Необходимое и достаточное условия дифференцируемости функции нескольких переменных.
41. Производная и дифференциал сложной функции.
42. неявные функции и их дифференцирование.
43. Касательная плоскость и нормаль к поверхности.
44. Частные производные и дифференциалы высших порядков функции нескольких переменных.
45. Экстремумы функции двух переменных. Теоремы о необходимом и достаточном условиях существования экстремума функции двух переменных.
46. Понятие производной по направлению функции нескольких переменных. Теорема о производной по направлению функции нескольких переменных.
47. Понятие градиента функции нескольких переменных. Свойства градиента. Теорема о направлении и длине градиента.

Семестр 4

Вопросы к экзамену

1. Квадрируемые фигуры и их площади. Признак квадрируемости фигуры.
2. Понятие интегральной суммы для функции двух переменных. Понятие двойного интеграла.
3. Геометрический смысл двойного интеграла.
4. Необходимое условие существования двойного интеграла.
5. Суммы Дарбу для функции двух переменных. Признак интегрируемости функции двух переменных.
6. Достаточные условия существования двойного интеграла.
7. Свойства двойного интеграла, выражаемые равенствами и следствия из них.
8. Свойства двойного интеграла, выражаемые неравенствами.
9. Понятие повторного интеграла.
10. Вычисление двойного интеграла повторным интегрированием.
11. Понятие тройного интеграла. Вычисление тройного интеграла.
12. Теорема о преобразовании двойного интеграла к полярным координатам.
13. Тройной интеграл в сферических и цилиндрических координатах.
14. Применение кратных интегралов к вычислению площадей плоских фигур.
15. Применение кратных интегралов к вычислению объемов тел.
16. Вычисление массы и координат центра тяжести плоской фигуры и тела.
17. Вычисление площади поверхности.
18. Вычисление моментов инерции плоской фигуры и тела.
19. Задачи, приводящие к криволинейным интегралам.
20. Понятие криволинейного интеграла первого рода и его свойства.
21. Понятие криволинейного интеграла второго рода и его свойства.
22. Теорема о существовании криволинейного интеграла и формуле для его вычисления.
23. Вычисление работы переменной силы с помощью криволинейного интеграла.
24. Теорема о формуле Римана-Грина и следствие из нее.
25. Условия независимости криволинейного интеграла второго рода от пути интегрирования.
26. Определение поверхностного интеграла первого рода. Вычисление поверхностных интегралов первого рода.
27. Определение поверхностного интеграла второго рода. Вычисление поверхностных интегралов второго рода.

**Критерии и шкала оценивания по оценочному средству
промежуточный контроль (письменный экзамен)**

Шкала оценивания (интервал баллов)	Критерий оценивания
отлично (45-50)	Студент глубоко и в полном объеме владеет программным материалом. Грамотно, исчерпывающе и логично его излагает в письменной форме. При этом знает рекомендованную литературу, правильно обосновывает принятые решения, хорошо владеет умениями и навыками при выполнении практических задач.
хорошо (38-44)	Студент знает программный материал, грамотно и по сути излагает его в письменной форме, допуская незначительные неточности в утверждениях, трактовках, определениях и категориях или незначительное количество ошибок. При этом владеет необходимыми умениями и навыками при выполнении практических задач.
удовлетворительно (25-37)	Студент знает только основной программный материал, допускает неточности, недостаточно четкие формулировки, непоследовательность в ответах, излагаемых в письменной форме. При этом недостаточно владеет умениями и навыками при выполнении практических задач. Допускает до 30% ошибок в излагаемых ответах.
неудовлетворительно (0-24)	Студент не знает значительной части программного материала. При этом допускает принципиальные ошибки в доказательствах, в трактовке понятий и категорий, проявляет низкую культуру знаний, не владеет основными умениями и навыками при выполнении практических задач.